



# **UNIVERSIDAD ESPECIALIZADA DE LAS AMÉRICAS**

Facultad de Postgrado y Maestría

Decanato de Postgrado

Trabajo de Grado para optar por el Título de Magister en Docencia Superior

TESIS

“Diagnóstico de la asignatura Matemática Financiera frente a la realidad laboral, una propuesta de enseñanza del concepto de anualidades”

Presentado por:

Ortega Cáez, Josseth Orlando (9-724-1000)

Asesora:

Doctora Carmen Rodríguez Quiel

Panamá, 2018

## **DEDICATORIA**

Dedico este Trabajo de Graduación a mis hijos Ámberly S. Ortega A. y Joseph E. Ortega A. de igual manera a mi amada esposa Idalia Álvarez, quienes con su amor y comprensión me brindaron esa confianza y esperanza de culminar esta meta tan anhelada.

A mi madre Gumercinda Cáez, mi padre Orlando Ortega, mis hermanos Isamar y Orlando, quienes con su apoyo y ánimo contribuyeron de manera muy especial a alcanzar este objetivo.

*Josseth Orlando*

## **AGRADECIMIENTO**

Primeramente le doy gracias a Dios Todopoderoso por iluminar mi senda y permitir culminar este ciclo tan importante de mi vida profesional.

Agradezco de manera muy especial a la Doctora Carmen Rodríguez, quien con sus atinados consejos y sugerencias me brindó su apoyo en la realización de esta investigación.

De igual forma a mi familia, fuente de inspiración y todas aquellas personas que de una u otra forma apoyaron en la realización de este sueño.

*Josseth Orlando*

## RESUMEN

La presente investigación es una propuesta para la enseñanza de la Matemática Financiera en la formación de los licenciados del área del comercio, en una universidad estatal del distrito de Santiago de Veraguas.

La misma es de tipo cualitativo, ya que según Hernández *et al.* (2006); esto contribuyó a observar situaciones ya existentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los licenciados en cuestión.

Los factores que atañen el diagnóstico de la Matemática Financiera son los planes y programas de estudio, las realidades y las metodologías; siendo los docentes, los colaboradores y los estudiantes respectivamente los afectados de manera directa.

La propuesta es una conexión del fundamento de la teoría de anualidades con el uso de la tecnología por medio de Herramienta Financiera v.3 de Excel. A partir de esto se le ofrece al estudiante de la licenciatura las bases para la deducción de fórmulas, y así lograr una mejor profundización en los contenidos; de igual forma, una actualización en los métodos para el cálculo de las anualidades a través del uso del software matemático antes mencionado.

Palabras claves: Realidad, currículo, software matemático, herramienta financiera.

## **ABSTRACT**

This research is a proposal for the teaching of Financial Mathematics in the training of graduates in the area of commerce, in a state university of the district of Santiago de Veraguas.

It is of a qualitative nature, since according to Hernández et al. (2006); this contributed to observe existing situations in the teaching-learning process of the graduates in question.

The factors that concern the diagnosis of the Financial Mathematics are the plans and programs of study, the realities and the methodologies; being teachers, collaborators and students respectively affected directly.

The proposal is a connection of the foundation of the theory of annuities with the use of technology by means of Financial Tool v.3 of Excel. From this the student of the degree is offered the bases for the deduction of formulas, and thus achieve a better deepening in the contents; similarly, an update in the methods for the calculation of annuities through the use of the aforementioned mathematical software.

Keywords: Reality, curriculum, mathematical software, financial tool.

## ÍNDICE GENERAL

<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	xiv
<b>CAPÍTULO 1: ASPECTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN</b> .....	2
1.1 Planteamiento del problema.....	3
1.2 Problema de investigación.....	6
1.3 Justificación.....	8
1.4 Objetivos.....	8
1.4.1 Objetivos generales.....	8
1.4.2 Objetivos específicos.....	9
1.5 Tipo de estudio.....	9
<b>CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO</b> .....	11
2.1 La Matemática Financiera y su evolución.....	12
2.2 Importancia de la Matemática Financiera.....	13
2.3 Matemática Financiera.....	14
2.3.1 Programas curriculares.....	15
2.3.2 Conceptos básicos.....	17
2.3.2.1 Interés.....	17
2.3.2.2 Interés simple.....	17
2.3.2.3 Valor actual o presente.....	19
2.3.2.4 Descuento simple a una tasa de interés.....	20

2.3.2.5	Interés compuesto.....	21
2.3.2.6	Valor actual a interés compuesto. ....	21
2.3.2.7	Amortización. ....	22
2.3.3	Aportes teóricos a la enseñanza de la Matemática Financiera. .....	22
2.4	Metodología en la enseñanza de la Matemática Financiera. ....	25
2.4.1	Resolución de problemas. ....	25
2.4.2	Uso de las TIC en cuanto a la enseñanza de la Matemática Financiera.....	28
2.4.3	Enseñanza blended learnig en Matemática Financiera. ....	29
<b>CAPÍTULO 3: MARCO METODOLÓGICO</b> .....		31
3.1	Diseño de investigación.....	32
3.2	Tipo de investigación.....	32
3.3	Fase 1: Selección y descripción del escenario, población, participantes y cómo fueron elegidos. ....	33
3.3.1	Tipo de muestra.....	34
3.4	Fase 2: Descripción de las variables. ....	35
3.5	Fase 3: Descripción de los instrumentos y/o técnicas de recolección de datos.....	36
3.5.1	Encuestas de docentes. ....	37
3.5.2	Encuestas a colaboradores. ....	38
3.5.3	Encuesta a estudiante. ....	40

3.6 Fase 4: Procedimiento.....	41
<b>CAPÍTULO 4: ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS .....</b>	<b>43</b>
4.1 Presentación de resultados. ....	44
4.2 Factores que inciden en proceso de enseñanza aprendizaje de Matemática Financiera. ....	65
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>66</b>
<b>LIMITACIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>68</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS .....</b>	<b>70</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>74</b>
<b>ÍNDICE DE CUADROS .....</b>	<b>142</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS.....</b>	<b>143</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS .....</b>	<b>144</b>
<b>ÍNDICE DE GRÁFICAS .....</b>	<b>146</b>

## INTRODUCCIÓN

En este trabajo se pretende analizar aspectos relativos a la enseñanza y aprendizaje de la Matemática Financiera en la formación de los licenciados del comercio de una universidad estatal de la provincia de Veraguas, los cuales serán, en un futuro no muy lejano, los colaboradores de las entidades bancarias.

Lo que se busca es hacer un análisis de los contenidos de la asignatura Matemática Financiera en las distintas facultades, para luego relacionarlos con los que los colaboradores usan en su diario acontecer como funcionarios de las entidades bancarias.

Para alimentar tal propuesta se identifican, en primera instancia, los contenidos en las cuales se basó la enseñanza de los egresados de las distintas universidades que actualmente se encuentran en el mercado laboral-profesional, especialmente, para aquellos estudiantes que en su formación se requirió por lo menos un curso de Matemática Financiera.

En este sentido, el estudio planteado contempla en su primer capítulo un pantallazo sobre los aspectos generales de la investigación, incluyendo: problema de investigación, justificación, planteamiento del problema, objetivos y tipo de estudio.

En su segundo capítulo se muestra el marco teórico, donde se expone un análisis de teorías o investigaciones previas con enfoques similares a los que caracterizan este estudio, de igual forma, se presenta un análisis del currículo de Matemática Financiera en una universidad estatal de la provincia de Veraguas y concluye con la presentación de aspectos relacionados con metodologías en la enseñanza de dicha asignatura.

En el tercer capítulo se expone el diseño del trabajo a través del marco metodológico, recurriendo al tipo de investigación, selección y descripción de la población y muestra, las fuentes de información, las variables y la encuesta aplicada a cada participante en sus respectivos escenarios.

El análisis de los resultados se plantea en el cuarto capítulo, donde se procede a explicar de manera puntual, clara y detallada lo obtenido en este estudio por medio de los instrumentos de recolección de datos, con el propósito de identificar cuáles son los saberes de la Matemática Financiera que deben ser prioritarios en la formación de licenciados en el comercio; y cuáles de ellos deben ser tratados con mayor o menor intensidad.

Por último, se presenta la propuesta para la enseñanza del concepto de anualidades, desde un punto de vista deductivo-demostrativo, a través del uso del software Herramienta Financieras v.3.

# **CAPÍTULO 1**

## **CAPÍTULO 1: ASPECTOS GENERALES DE LA INVESEGACIÓN.**

### **1.1 Planteamiento del problema.**

La Matemática Financiera es una herramienta eficaz para el desarrollo lógico, donde el individuo es capaz de tomar decisiones más acertadas. En el comercio esta situación es muy común, las inversiones y negocios que se plantean a lo largo de la vida de toda persona están íntimamente relacionadas con la implementación de la Matemática (Aching, 2006).

Precisamente, por la importancia que representa la asignatura antes mencionada para el comercio, el economista, el contable, el administrador, entre otros profesionales; deben hacer uso preciso y continuo de esta disciplina.

El presente estudio busca brindar un enfoque deductivo de un contenido de la materia de Matemática Financiera, posteriormente propone el uso de un software como apoyo en la enseñanza del mismo y por último se plantea el uso de la combinación de estos dos enfoques. Complementar con Microsoft Excel, la solución de problemas financieros cotidianos de una manera sencilla y práctica, y con ello aplicar los conceptos y las fórmulas de la matemática financiera resulta satisfactorio (Valera, 2013).

La Matemática Financiera es considerada como parte de la matemática aplicada pues mezcla el conocimiento de intereses, capitales e inversiones y sus implicaciones en la toma de decisiones sobre futuros negocios. Considerando las metodologías tales como: resolución de problemas, transposición didáctica, ingeniería didáctica, uso de las TIC, enseñanza basada en proyectos, enseñanza en *blended learning*, entre otras (Rojas, 2010).

La resolución de problemas es por excelencia una de las herramientas en la enseñanza de la Matemática y por ende, en la Matemática Financiera, por otro lado, la trasposición didáctica lo que busca es realizar una conversión del conocimiento matemático con el propósito de ser enseñados tomando en cuenta

el entorno, por su parte, la enseñanza basada en proyectos propicia la interacción del conocimiento con la práctica para de esta forma confeccionar proyectos.

Siguiendo esta idea, la ingeniería didáctica como metodología de enseñanza se caracteriza por ser un esquema experimental que se basa en las relaciones didácticas, de igual forma el uso de la tecnología y una enseñanza semi-presencial como lo es el *blended learning* complementan nuevas formas de enseñanza con el objetivo de desarrollar en los estudiantes las habilidades y destrezas planeadas (Artigue *et al*, 1995).

Para lograr los propósitos de utilizar estas metodologías de enseñanza de Matemática, en especial Matemática Financiera, autores como González (2018), Ardilla (2012), consideran necesario que los estudiantes adquieran niveles de alfabetización Matemática, así como también herramientas tecnológicas para internalizar conocimientos y extrapolarlas a las actividades diarias.

A manera de antecedentes de ésta investigación, se contempla un análisis sobre las investigaciones relacionadas con la Matemática Financiera en la primera década de este siglo.

En el año 2006, Maurette de la Licenciatura en Matemática de la Universidad de Buenos Aires presenta su tesis titulada: “*Modelos matemáticos para la valuación de derivados financieros*”, con la idea de mostrar los diversos modelos matemáticos que se utilizan a la hora de valorar un derivado financiero mediante un modelo discreto y continuo.

En 2007, Gilsanz y Vadillo de nacionalidad española publican su artículo: “*Sobre la Matemática Financiera*”, donde se da un breve pantallazo acerca del concepto de opciones, futuros y el modelo de black-sholes, resaltando a la Matemática Financiera como un aparato matemático más sofisticado para construir y controlar todo el entarimado financiero del mundo moderno.

Merino y Vadillo, ambos de la universidad del país Vasco presentan su artículo: “*Matemática Financiera con MATLAB®*” donde se muestran los usos y bondades

del software *MATLAB*<sup>®</sup>, tanto en la enseñanza como en las aplicaciones de la Matemática Financiera, abordando algunos de los conceptos de la nueva Matemática Financiera, entre ellos: opciones, mostrando cualidades como versatilidad, sencillez de manejo y polivalencia en la ejecución.

Para 2010, Cano del Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de México presenta su artículo: "*Valuación de opciones financieras mediante la teoría de la dualidad de la programación lineal*", dando a conocer un método para determinar el precio de cualquier opción, dicho modelo plantea problemas de programación lineal que permiten acotar el precio de una opción.

En julio de 2010, Sánchez, del programa de Maestría en Ciencias Matemáticas Aplicadas e Industriales de la Universidad Autónoma Metropolitana, unidad Iztapalapa de México presentó su tesis: "*El primer teorema fundamental para la valuación de activos (Teorema fundamental de las finanzas)*", donde se hace un análisis de los mercados financieros, específicamente en el estudio y el cálculo del precio de una opción.

García, Escalera y Navarro (2011) presentan su trabajo titulado: "*Variables asociadas con el uso de las TIC como estrategia didáctica en el proceso enseñanza - aprendizaje de la Matemática Financiera, una experiencia desde el aula de clase*"; donde resalta que:

**El uso de las TIC favorece la manipulación de la información matemática de las variables o datos que son utilizados para el desarrollo de alguna fórmula o modelo matemático. La representación gráfica, el modelado y otras bondades de estas aplicaciones, es lo que las TIC ofrecen para desarrollar ejercicios, ya que (...) algunos casos prácticos de matemáticas resultan complejos resolverlos manualmente utilizando únicamente papel y lápiz (García et al. 2011, p.131).**

A manera de resumen, se puede señalar que los estudios encontrados como base para este proyecto buscan nuevas formas de enseñanza, nuevas tecnologías y recopilación de temas de la Matemática Financiera, acá se proponen de manera

similar la enseñanza del tema de anualidades desde un punto de vista deductivo-tecnológico.

## **1.2 Problema de investigación.**

La presente investigación trata el problema de la enseñanza de la Matemática Financiera en la formación de los estudiantes de una universidad estatal en el distrito de Santiago de Veraguas, donde son los propios alumnos los responsables de llevar a cabo procesos matemáticos financieros en los distintos departamentos de entidades bancarias de la localidad.

Lo que se pretende es diseñar una propuesta para la enseñanza de la Matemática Financiera en la formación de los licenciados del área del comercio de dicha institución, para alimentar tal propuesta se identifica en primera instancia los contenidos y metodologías que son abordadas en la universidad, especialmente, para aquellos estudiantes que en su formación requieren de un curso de Matemática Financiera.

A la luz de estos requerimientos se formulará una propuesta novedosa para la enseñanza de la Matemática Financiera en los futuros licenciados, con metodologías, técnicas y estrategias acordes a la realidad laboral en que se desarrollan.

La tesis expuesta está conformada de elementos que son la base del estudio que hoy se presenta; ellos son: los programas de estudio de las distintas licenciaturas que tienen en su haber la asignatura Matemática Financiera, donde se hace un recuento de los temas de los cursos parte A y B que conforman dicha materia; y el personal docente responsable de impartir dichos cursos.

Los elementos narrados anteriormente se ven complementados con atributos que son el atrayente a esta idea, la actualización del currículo de la asignatura Matemática Financiera, llevando consigo la inserción de nuevas tecnologías en el proceso de enseñanza - aprendizaje, la cual en la actualidad es una herramienta fundamental para el desenvolvimiento laboral de los entes de la banca y similares.

Continuando con estas aseveraciones, surgen dudas que para concepto del investigador son de vital importancia, ellas son:

- ¿Qué temas en la actualidad forman parte del contenido del programa de Matemática Financiera en sus dos fases o cursos?
- ¿Qué tienen que decir los docentes acerca de la experiencia en cuanto a los contenidos abordados en estos cursos?
- ¿Qué temas planteados en el programa de estudio de Matemática Financiera requieren de mayor atención en cuanto a su enseñanza?
- ¿Están las entidades bancarias y afines haciendo uso de las herramientas que brinda una universidad estatal del distrito de Santiago de Veraguas?
- ¿Será importante el uso de nuevas herramientas tecnológicas en cuanto a la enseñanza de concepto de anualidades de la asignatura de Matemática Financiera?

Todas estas interrogantes en cierta forma resumen este tema de investigación, donde las actualizaciones que se proponen hacer al proceso de enseñanza - aprendizaje de la asignatura de Matemática Financiera, van encaminadas a que los estudiantes tengan mejor desempeño en sus respectivas áreas laborales.

Una manera de circunscribir lo anteriormente dicho para fundamento del proyecto es planteando el siguiente cuestionamiento:

**¿En qué medida la asignatura de Matemática Financiera, basada en realidades laborales puede ser presentada al futuro licenciado del ámbito del comercio?**

Responder a esta interrogante brinda la oportunidad de apreciar lo oportuno que sería el implemento de las TIC en el proceso de enseñanza -aprendizaje del curso de Matemática Financiera, así como también el uso del aula invertida como estrategia alternativa.

### 1.3 **Justificación.**

Los cambios en el currículo de la enseñanza universitaria, contextualizan y amplían el bagaje de conocimientos del estudiante para su futuro desempeño profesional; exigiendo al mismo tiempo que los docentes sean más eficientes en la formación de dichos estudiantes.

Toda compañía, empresa, negocio o entidad bancaria hace uso de la Matemática Financiera, donde lo que se busca es contar con profesionales altamente capacitados en el área de la Matemática, dotados de conocimientos teóricos y prácticos, habilidades para utilizar las herramientas tecnológicas y las comunicaciones, con elevados valores cívicos y morales, espíritu emprendedor, creativo, responsable, y capacidad de enfrentar riesgos e independencias.

La idea de este estudio podría permitir nuevas luces de cómo es el proceso administrativo-tecnológico de las empresas en la actualidad; usando quizás un modesto ordenador personal tal y como dice Merino (2007, Pág. 37), “...conjunto de programas permiten realizar muchas de las operaciones estadísticas y financieras habituales con gran eficacia y rapidez”. Sería importante conocer estos procedimientos y así atender con mejor efectividad el currículo Matemático-Financiero en una universidad estatal del distrito de Santiago de Veraguas.

En este sentido la investigación que hoy se desarrolla se enmarca en el planteamiento de una forma diferente de enseñanza de la Matemática Financiera específicamente el concepto de anualidades.

### 1.4 **Objetivos.**

Se presentan a continuación los siguientes objetivos, tanto generales como específicos que reflejan el norte de este proyecto de investigación.

#### 1.4.1 **Objetivos generales.**

- Diagnosticar el currículo de Matemática Financiera respecto a las realidades laborales actuales.

- Diseñar una propuesta para la enseñanza del concepto de anualidades de la asignatura de Matemática Financiera basada en realidades laborales.

#### **1.4.2 Objetivos específicos.**

- Analizar los programas de Matemática Financiera que se utilizan en las facultades de: Administración de Empresas y Contabilidad, Economía e Informática, Electrónica y Comunicaciones, para encontrar las relaciones existentes entre los contenidos de cada una de ellas.
- Determinar los contenidos y metodologías de la asignatura de Matemática Financiera que se ofrecen en una universidad estatal del distrito de Santiago de Veraguas.
- Identificar saberes de la Matemática Financiera que requieren mayor atención en su estudio.
- Proponer un estudio estadístico que muestre la información recabada.
- Presentar la propuesta final sobre la metodología de enseñanza del concepto de anualidades de la asignatura de Matemática Financiera.

#### **1.5 Tipo de estudio.**

Esta investigación es de tipo cualitativo descriptivo; según Hernández, Fernández y Baptista (2006) este enfoque contribuye al examen y descripción de algunos eventos, personas o cosas que atañen a dicha investigación; por otro lado, es deductivo pues va de lo específico a lo general.

El análisis de la información existente en documentos escritos, como los son planes y programas de estudio de las distintas carreras del área del comercio y similares de la universidad estatal de Santiago de Veraguas, se hace con el fin de establecer qué contenidos son abordados en las distintas licenciaturas, resaltando los temas de mayor frecuencia. Los cursos que forman parte de la asignatura Matemática Financiera son analizados también.

En primera instancia, se hace un recuento documental, estableciendo allí la descripción de los planes de estudio de la Matemática Financiera en las distintas

carreras del ámbito del comercio de una universidad estatal de Santiago de Veraguas.

Por medio de cuestionarios aplicados a los docentes se consultó también su opinión acerca de temas relacionados a metodologías e implementación de tecnologías en su praxis docente, específicamente, en el área de la Matemática Financiera.

Este tipo de investigación contribuyó a observar situaciones ya existentes en el proceso de enseñanza - aprendizaje de los licenciados del comercio de la universidad estatal de Santiago de Veraguas, lo cual identifica una investigación cualitativa.

# **CAPÍTULO 2**

## **CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO.**

La Matemática Financiera es una de las ramas de la Matemática en donde se encuentran más aplicaciones prácticas, las cuales resultan de gran utilidad para poder hacer un mejor manejo y administración del dinero.

Saber Matemática Financiera implica conocer el mundo de las operaciones bancarias, las finanzas y movimientos del dinero, para así poder tomar mejores decisiones a la hora de invertir un capital.

### **2.1 La Matemática Financiera y su evolución.**

Históricamente la Matemática se ha vinculado estrechamente con el comercio, lamentablemente el origen de la Matemática Financiera no está claro, quizás el trueque dejó de ser una actividad en donde el ser humano se sintiera satisfecho con un intercambio (Kisbye y Levstein 2010).

Al momento de realizar pagos o algún otro tipo de transacción hubo una persona que se percató de que, si alguien le debía dinero o algún bien, ya sea vacas o camellos, sería justo recibir algún tipo de concesión extra por el tiempo que durara dicha transacción, dando lugar al concepto de interés.

En un primer momento el concepto de interés no era algo bien visto por la religión cristiana, pero esta percepción con el pasar del tiempo se fue volviendo más flexible, ya que era y es común que alguien le deba a otro, tal y como lo dice Kisbye y Levstein (2010, p. 29) "*... Siempre que el hombre ha prestado algo a otro, ya sea dinero u otros bienes, ha exigido que se le devuelva una cantidad superior a la prestada. Por otro lado, quien recibe el préstamo acepta devolverlo bajo esas condiciones*". Siendo para el prestamista un negocio.

Es clara la importancia histórica de esta rama de la Matemática al momento de realizar transacciones financieras, es por ello que:

**Cada vez que tomamos una decisión económica estamos usando herramientas de la Matemática, aunque muchas veces nos cueste darnos cuenta. Muchas personas toman buenas decisiones, basadas en una gran experiencia, que incluye éxitos y fracasos. La**

**matemática pone a nuestra disposición técnicas y métodos para resolver todo tipo de problemas, y en particular los económicos. Su estudio nos provee un camino más corto para aprender a tomar las mejores decisiones y saber justificarlas. Kisbye y Levstein (2010, p. 11).**

El nacimiento de la Matemática Financiera tal y como la presentan los autores anteriores se dio a través de procesos involuntarios y evolutivos que poco a poco fueron y siguen complementando las necesidades de resolver situaciones financieras, dando paso al desarrollo de una nueva ciencia con un rigor científico que proporciona métodos para el análisis; encaminados a establecer propiedades, características y fórmulas para la solución de problemas.

## **2.2 Importancia de la Matemática Financiera.**

Teniendo en cuenta el mercado empresarial y el educativo es frecuente la emisión de juicios, en especial financieros, es importante que se dominen conceptos como valor del dinero en el tiempo, tasas de interés, anualidades, tasa interna de retorno, valor presente neto y muchos más (Aching, 2006).

Además, conocer y explicar los diferentes cambios que pueden sufrir algunos de estos conceptos y sus implicaciones en el mundo económico, para así tomar buenas decisiones en situaciones problemáticas en su futuro. También, las entidades bancarias y las personas tienen que tomar decisiones con mucha frecuencia que afectan su futuro económico.

Cada una de las decisiones que se toman para invertir el dinero en las diferentes situaciones que se puedan presentar, destacan la importancia de las técnicas y modelos de la Matemática Financiera, ya que cada una de ellas afecta lo que se realizará en un tiempo futuro, por eso, las cantidades usadas en la Matemática Financiera son las mejores predicciones de lo que se espera que suceda.

No hay que olvidar que en todo proceso de toma de decisión siempre aparece la interrogante de tipo económico, debido a que lo que espera toda organización o persona es la optimización de los recursos con que cuenta (Universidad de Panamá, 2012).

### 2.3 **Matemática Financiera.**

La Matemática Financiera se puede considerar como una rama de la Matemática Aplicada que se encarga del estudio del valor del dinero con respecto al tiempo, mezclando el valor capital y la tasa de interés; que por medio de métodos de diagnóstico permiten hacer buen uso de las inversiones que se pretenden ejecutar (Aching, 2006).

Alí Ramón Rojas en su artículo titulado: “Didáctica Crítica de la Matemática Financiera” hace una aseveración donde define los cimientos de la Matemática Financiera de la siguiente manera *“la base de la Matemática Financiera radica en explorar el cambio que se genera en uno o varios capitales a través del tiempo. La importancia de la Matemática Financiera radica en la teoría del valor trabajo ...”* (Rojas 2010, p.117).

Siendo así, la Matemática Financiera se convierte en un apoyo a la Licenciatura en Finanzas y Banca y a la de Economía de la facultad de Economía; así como también para las Licenciaturas de Administración de Empresas y Contabilidad de la Facultad de Administración de Empresas y Contabilidad, ya que ofrece conocimientos teóricos y prácticos fundamentales para cursos afines como estadística y economía, contabilidad, entre otros.

De acuerdo a los datos obtenidos del informe de la universidad estatal del distrito de Santiago, el objetivo principal de esta disciplina es ofrecer las herramientas primordiales de la Matemática aplicada a las finanzas, economía, contabilidad y administración, y promover la capacidad de razonamiento y análisis lógico para poder resolver problemas afines inherentes a las licenciaturas relacionadas.

Los cursos de Matemática Financiera de esta universidad estatal, están conformados por dos partes, llamadas A y B, cabe recalcar que los códigos de las asignaturas son diferentes atendiendo a la licenciatura, pero con temas similares (Universidad de Panamá, 2012).

La Licenciatura en Administración de Empresas, Informática con Gestión Educativa y Empresarial, Administración Pública y Licenciatura en Economía sólo poseen una de las partes, o sea la A y la Licenciatura en Contabilidad y la de Finanzas y Bancas tiene las dos partes, A y B.

Dicho esto, las seis carreras donde se dicta la asignatura de Matemática Financiera, propician el aprendizaje y la debida comprensión de los métodos más usados para determinar interés, el valor futuro de cuentas de ahorro, préstamos bancarios, cálculo de anualidades, amortizaciones de créditos, bonos, seguros de vida, método de avalúo, progresiones, series y sucesiones (Universidad de Panamá, 2012).

### 2.3.1 Programas curriculares.

Los programas curriculares de la asignatura Matemática Financiera y según la oferta académica de la universidad donde se realiza el estudio plantea lo siguiente:

**Cuadro N° 1 Programa curricular de Matemática Financiera, según facultad y carrera.**

Facultad	Carrera (Licenciatura)	Contenidos
<b>Administración de Empresas y Contabilidad</b>	Administración de Empresas (Sólo Parte A)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interés simple</li> <li>• Descuento simple</li> <li>• Interés y monto compuesto</li> <li>• Valor presente y ecuaciones de valor a interés compuesto</li> <li>• Anualidades ciertas ordinarias</li> <li>• Periódico, plazo y tasa de interés de anualidades ciertas ordinarias.</li> </ul>
	Contabilidad (Parte A y B)	Parte A <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interés y descuento simple</li> <li>• Interés y monto compuesto</li> <li>• Valor presente y ecuaciones de valor a interés compuesto</li> <li>• Anualidades ciertas ordinaria</li> </ul>

Facultad	Carrera (Licenciatura)	Contenidos
		<p>Parte B</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Anualidades</li> <li>• Anualidades anticipadas</li> <li>• Anualidades diferidas/anualidades contenidas</li> <li>• Anualidades generales</li> <li>• Rentas perpetuas</li> </ul> <p>Amortización</p>
<b>Administración Pública</b>	Administración Pública (Sólo Parte A)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Progresiones geométricas</li> <li>• Interés simple</li> <li>• Descuento simple</li> <li>• Interés compuesto</li> <li>• Anualidades ciertas ordinarias</li> </ul>
<b>Economía</b>	Economía (Sólo Parte A)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Series y sucesiones</li> <li>• Interés simple</li> <li>• Interés compuesto</li> <li>• Anualidades</li> <li>• Amortizaciones</li> </ul>
	Finanzas y Banca (Parte A y B)	<p>Parte A: Interés simple</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Descuento simple</li> <li>• Interés y monto compuesto</li> <li>• Valor presente y ecuación de valor del interés compuesto</li> </ul> <p>Parte B: Depreciación y agotamiento</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Relación beneficio-costos y diagnóstico de vida de servicios</li> <li>• Reemplazo, retiro y análisis de equilibrio</li> <li>• Bonos</li> <li>• Seguros de vida</li> <li>• Métodos de avalúo</li> </ul>
<b>Informática, Electrónica y Comunicaciones</b>	Informática Gestión Educativa y Empresarial (Sólo Parte A)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los números reales, logaritmos y progresiones</li> <li>• Interés simple</li> <li>• Descuento simple y pagos parciales.</li> <li>• Interés compuesto y anualidades</li> </ul>

Fuente: Programas oficiales de Matemática Financiera, 2005.

En total seis son las licenciaturas que poseen en su plan de estudio la asignatura de Matemática Financiera; donde por supuesto, los contenidos se repiten con mucha frecuencia, reflejando cierta similitud entre ellos, aunque hay que tener presente que la dosificación de los contenidos depende de cada profesor.

### **2.3.2 Conceptos básicos.**

Actualmente en las oficinas de los entes bancarios y similares se hace uso continuo de herramientas computacionales que deben ser manejados de manera correcta y precisa por los colaboradores de los mismos. Este manejo debe ir de la mano con la noción de conceptos Matemáticos-Financieros que nutren el quehacer de todo contable, administrador o economista que se desempeña en un sistema bancario empresarial.

Los cursos de Matemática Financiera antes presentados y distribuidos según sus partes serán definidos a continuación.

#### **2.3.2.1 Interés.**

El valor del dinero desde su invención ha sido de gran importancia a través de la historia, y es claro que toda transacción vinculada a una entidad bancaria está relacionada con este objeto.

**El interés es el monto pagado por la institución financiera para captar recursos, así como el monto cobrado por prestar recursos (colocar). El interés es la diferencia entre la cantidad acumulada menos el valor inicial; sea que tratemos con créditos o con inversiones. (Aching, 2006, p.29).**

Conceptualmente interés está enmarcado a la cantidad de dinero que se paga o se genera por medio de un acuerdo previamente pactado entre dos o más sujetos.

#### **2.3.2.2 Interés simple.**

Es una clase de interés en donde el capital con el cual se inicia no va a variar a lo largo de la transacción.

El interés simple se define a continuación:

**El interés simple es pagado sobre el capital primitivo que permanece invariable. En consecuencia, el interés obtenido en cada intervalo unitario de tiempo es el mismo. Es decir, la retribución económica causada y pagada no es reinvertida, por cuanto, el monto del interés es calculado sobre la misma base. Interés simple, es también la ganancia sólo del Capital (principal, stock inicial de efectivo) a la tasa de interés por unidad de tiempo, durante todo el período de transacción comercial. (Aching 2006, pág.72).**

La fórmula para el cálculo de interés simple está dada por  $I=Cit$

C= Es el capital inicial que sirve de base para generar intereses, ya sea por un préstamo o por una inversión.

I= Es el importe que se paga por el uso del dinero.

t= Tiempo. Es el número de periodos (años, meses, días, etc.) que permanece prestado o invertido el capital.

i= Tasa de interés. Es la razón del interés devengado respecto a capital inicial; es decir, es la cantidad que al multiplicarse por el capital inicial da como resultado el interés devengado en un periodo de tiempo determinado.

**Ejemplo 2.1.** ¿Qué tasa de interés fue hecha si se hizo una colocación de B/ 3 700,00 que luego de permanecer depositada durante 5 meses permitió obtener una ganancia bruta de B/ 740,00?

**Solución:**

Datos  $C = B/ 3 700.00$

$t = 5$  meses

$I = B/ 740.00$

$i = ?$

$I=Cit$

$$B/740 = B/3700 \cdot i \cdot 5$$

$$B/740 = B/3700 \cdot 5 \cdot i$$

$$\text{Luego: } i = \frac{I}{Ct} = \frac{740}{5(3700)}$$

La tasa es de 4% mensual.

### 2.3.2.3 Valor actual o presente.

En el mundo de la economía actual se desarrollan y se utilizan otros aspectos que deben ser tomados en cuenta al momento de ejercer una inversión, uno de ellos es el valor actual.

El valor actual de una deuda, es una fecha anterior a la de su vencimiento, se le conoce como valor presente a la deuda en dicha fecha. De la relación  $S=C(1+it)$ , tenemos que  $C = \frac{S}{1+it}$ , es el valor presente de la tasa de interés simple  $i$ , del monto  $S$ , con vencimiento en  $t$  años. (Ayres, 1997, pág.43).

**Ejemplo 2.2.** ¿Qué dinero debo invertir para que en 4 años se convierta en B/ 12 000.00 a una tasa del 20% anual?

**Solución:**

La pregunta es el del valor presente o sea  $C$ . De la fórmula anterior se tiene que

$$C = \frac{S}{1 + it}$$

Los datos son  $S= 12\ 000$   $i=20$   $t=4$  años

Luego:

$$C = \frac{12\ 000}{(1 + 0.2 * 4)}$$

El capital que se debe invertir es de B/ 6 666, 67.

### 2.3.2.4 Descuento simple a una tasa de interés.

Para el desarrollo de una transacción pueden surgir conceptos uno de ellos es el descuento simple.

El descuento simple se define de la siguiente manera:

La tasa de descuento se define como la razón del descuento dado en la unidad del tiempo (en este caso de un año) al capital sobre el cual está dado el descuento. La tasa de descuento anual se expresa como un porcentaje.

El descuento simple  $D$  (conocido también por descuento bancario) sobre una cantidad  $S$  por  $t$  años a una tasa de descuento  $d$ , está dado por  $D=Std$ .

El valor presente de  $S$  está dado por  $C = S - D = S - Std = S(1 - dt)$ . (Ayres, 1997, p.50).

**Ejemplo 2.3** Un banco otorga el 7% de descuento. Si un cliente acepta firmar un documento por B/ 2 500,00 a cuatro meses, ¿qué cantidad le dará el banco?

**Solución:**

Los datos son  $S= 2\ 500$   $d=0,07$   $t = \frac{4}{12}$ . La cantidad que se le dará al banco es el valor de  $C$ , pero primero se calcula el descuento

$$D = (2\ 500)(0,07) \left( \frac{4}{12} \right) = 58,33$$

Luego, la cantidad descontada es de B/ 58,33. Por otro lado,

$$C = 2500 \left( 1 - 0,07 * \frac{4}{12} \right) = 2500(0,976666) = 2\ 441,67$$

Por lo tanto, el banco dará B/ 2 441,67.

### 2.3.2.5 Interés compuesto.

En el momento que una persona se hace cargo de una deuda, pero con el pasar del tiempo no logra la cancelación del préstamo, entonces surgen nuevos capitales y por ende nuevos intereses.

El interés compuesto surge cuando al terminar un determinado período de tiempo, los intereses se acumulan al capital, de tal suerte que se genera un nuevo capital, tal cantidad que en conjunto entra a ganar intereses en el segundo período, y al terminar este, nuevamente los intereses se acumulan para un nuevo capital, que entra a ganar intereses en el tercer período, y así este sistema acumulativo se continúa de manera análoga, por un determinado número de períodos, tal y como lo señala Ayres (1997).

### 2.3.2.6 Valor actual a interés compuesto.

Es muy similar el valor actual a interés simple con el concepto de valor actual o presente a interés compuesto, por lo que Aching (2006) dice: *“En el interés compuesto cuanto más arriba miramos, más alto es cada escalón sucesivo y si nos paramos arriba y miramos hacia abajo, esto es, hacia el valor actual, cada sucesivo escalón es algo más bajo que el anterior”*

De la relación establecida en el valor actual a interés simple

$$C = \frac{S}{1 + it}$$

El valor actual a interés compuesto es:

$$C = \frac{S}{(1 + it)^n}$$

Donde n es el número total de periodos.

**Ejemplo 2.4:** Si el Monto compuesto de una inversión es de B/ 1 092,72 a una tasa de interés del 3% anual, si no se retira el depósito y los intereses se reinvirtieron, cada año, durante 3 años. ¿Qué cantidad se depositaba a lo largo de los tres años?

**Solución:**

Se tiene que:

$$S = 1\,092,72 \quad i = 0,03 \quad t = 1 \quad n = 3$$

Luego,

$$C = \frac{1\,092,72}{(1 + 0,03)^3} = 1\,000$$

Por lo tanto, se depositaba un capital de B/ 1 000,00.

### **2.3.2.7 Amortización.**

El término amortización es muy común en las finanzas, ya que es el indicador de que una deuda está siendo cancelada por medio de pagos formando así el financiamiento que se adecue a la necesidad del prestatario.

Ramírez, García, Pantoja y Zambrano (2009, p. 222) definen el concepto de amortización así: *“La amortización de una obligación o deuda se define como el proceso mediante el cual se paga la misma junto con sus intereses, en una serie de pagos y en un tiempo determinado”*. Estos cálculos se ejecutan por medio de tablas de cuotas uniformes de mutuo acuerdo entre el prestamista y el deudor.

### **2.3.3 Aportes teóricos a la enseñanza de la Matemática Financiera.**

La Matemática Financiera es una asignatura que muy pocas veces aparece en los planes de estudio de las Facultades de Ciencias o en la propia Licenciatura en Matemática tal y como lo expresa Gilsanz y Vadillo (2007), es por ello que no se valora la importancia de esta en cuanto a sus repercusiones en el mundo laboral.

Por otro lado, el artículo sobre La Matemática Financiera sirve de técnica para determinar precios utilizando varios métodos como el de *Monte Carlo*, *Black-Scholes*, entre otros; los cuales necesitan de un mayor conocimiento matemático, esto muestra el uso de nuevas herramientas aplicables a la Matemática Financiera, utilizando como base conocimientos fuertes sobre matemática (Gilsanz y Vadillo 2007).

Por otro lado, el artículo Matemática Financiera con *MATLAB*<sup>®</sup>, advierte que el software *MATLAB*<sup>®</sup> ha provocado el nacimiento de una nueva era en la computación científica, revolucionando el proceso de enseñanza - aprendizaje de la asignatura Matemática Financiera, formulando un nuevo paradigma para la resolución de problemas con materiales y elementos que antes parecían ser inaccesibles (Merino y Vadillo 2007).

Es claro que el manejo estadístico de los datos y herramientas informáticas son muy competitivas para el desarrollo óptimo de cualquier empresa. *MATLAB*<sup>®</sup> muestra lo polifacético y versátil que puede ser en la solución de problemáticas desde el punto de vista financiero-matemático.

De allí que, un concepto matemático que es abordado en la asignatura de Matemática Financiera sea uno referente a préstamos, donde surge una herramienta analítica aplicable en los sistemas de reembolso; este concepto es el de *duración* esto según Blanco y Adrián (2000). Duración usualmente es utilizada para el cálculo de rentas fijas, sin embargo, con este estudio se busca una ampliación a su aplicación, dándole al sistema de préstamos un impulso enfocados en el desarrollo de estas habilidades con la innovación que ofrece la estrategia.

Blanco y Adrián (2000, p. 118) profesores de la Universidad Nacional del Mar del Plata en Argentina en su introducción plasman lo siguiente:

**Este trabajo tiene como finalidad la utilización de un concepto propio de la evaluación de títulos de renta fija-tal como lo es “duración”-dentro del análisis de los sistemas de reembolso de préstamos. Este enfoque está dirigido al sistema francés de reembolso y a las variaciones del valor actual del préstamo al introducir cambios en la tasa de interés.**

Siguiendo estos lineamientos se puede hacer mención de un estudio basado en la utilización de las TIC para desarrollar en el aula de clases el aprendizaje de la matemática, llevado a cabo por Arturo García, Milka Escalera y Rubén Navarro titulado: “Variables asociadas con el uso de las TIC como estrategia didáctica en el proceso enseñanza - aprendizaje de la matemática financiera. Una experiencia desde el aula de clase mejora”, artículo de la revista Iberoamericana de Evaluación Educativa.

García, Escalera y Navarro (2011) aseveran que *“La innovación que se ha presentado en los últimos años en el proceso de enseñanza aprendizaje ha puesto en el discurso la necesidad por integrar a dichos procesos las tecnologías de información y comunicación comúnmente conocidas como las TIC.”* Lo cual pone de manifiesto lo importante de la inserción de las nuevas herramientas digitales para la adquisición de conocimientos y habilidades específicamente en el área de Matemática Financiera.

García *et al* (2011) concluyeron que este estudio pudo lograr las metas trazadas, ya que contribuyó a la prueba de la percepción de los estudiantes hacia las matemáticas, esto puede ser favorable cuando se cuenta con tecnología para buscar nuevas formas de hacer las cosas. Se llegó a la conclusión de que las TIC ayudan a la manipulación de la información matemática de las variables o datos que sirven para el desarrollo de fórmulas o modelos matemáticos junto con las representaciones gráficas respectivas con modelados, ya que, como se sabe en algunos casos resulta complejo llevar a cabo la matemática práctica, utilizando únicamente papel y lápiz.

La presente propuesta enmarca en la labor docente el enfoque constructivista, lo cual resulta importante en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática Financiera y que además ha tomado gran auge actualmente. En función de los beneficios que aporta al docente este enfoque, se puede mencionar que logra articular sus saberes con los dilemas que enfrenta cotidianamente en el aula, al integrar el pensar críticamente de su praxis docente con el entorno que le rodea (Martínez y Zea 2004).

## **2.4 Metodología en la enseñanza de la Matemática Financiera.**

Las formas de enseñar la Matemática Financiera dependen de cada docente; sus metodologías son un conjunto de procedimientos y recursos con el objetivo de desarrollar en los alumnos capacidades para la comprensión e interpretación de procedimientos matemáticos financieros.

El uso de estos nuevos saberes y su aplicación en la vida real servirán para una mejor toma de decisiones en un futuro. Las estrategias para la enseñanza de la Matemática Financiera deben ser diseñadas de modo que propicien en los estudiantes el análisis, la opinión y búsqueda de posibles soluciones.

Las estrategias metodológicas que se diseñan para la enseñanza de la Matemática Financiera en esta investigación se guían bajo ciertos parámetros como lo son: la resolución de problemas, el uso de las TIC en cuanto a la enseñanza de la Matemática Financiera y la enseñanza *blended learning*.

### **2.4.1 Resolución de problemas.**

Históricamente, la resolución de problemas ha sido el fundamento principal en el desarrollo de la Matemática y por ende la Matemática Financiera. Lo que implica que la Matemática como tal es un eje que ha estado y estará como parte fundamental del currículo educativo y de apoyo a otras ciencias.

**La Matemática es una de las áreas fundamentales que forma parte del currículo en los primeros años de la escolaridad (...), ya que la misma proporciona herramientas para adquirir los conocimientos de las otras áreas y desarrollar habilidades que el estudiante necesita para la vida. (Pérez y Ramírez, 2011, p. 170).**

En este sentido, es preciso recalcar el valor del término problema para empezar y dar un breve pantallazo acerca de la resolución de problemas. Un "problema" sería a opinión del investigador una situación o cuestión difícil, en donde no es posible dar una respuesta inmediata ya que exige del individuo un esfuerzo mediante la aplicación de conocimientos diversos para la solución del mismo.

Para un mejor entendimiento se presentan a continuación la definición de varios conceptos básicos (Bados y García 2014).

**Resolución de problemas:** proceso cognitivo-afectivo-conductual mediante el cual una persona intenta identificar o descubrir una solución o respuesta de afrontamiento eficaz para un problema particular.

**Problema:** transacción persona-ambiente en la cual hay una discrepancia o desequilibrio percibido entre las exigencias y la disponibilidad de respuesta. La persona en dicha situación percibe una discrepancia entre "lo que es" y "lo que debería ser" en condiciones donde los medios para reducirla no están inmediatamente patentes o disponibles.

**Solución:** respuesta de afrontamiento o pauta de respuesta que es eficaz en alterar una situación problemática y/o las reacciones personales de uno ante la misma, de modo que ya no es percibida como un problema, al mismo tiempo que maximiza otros beneficios y minimiza los costos.

**Estrés:** transacción persona-ambiente en la cual las exigencias (externas o internas) percibidas exceden los recursos de afrontamiento.

**Afrontamiento:** respuestas o actividades mediante las cuales una persona intenta reducir, minimizar, controlar o prevenir el estrés. El afrontamiento dirigido a las metas se refiere a los intentos de la persona para reducir el estrés mediante una meta de resolución de problemas. El afrontamiento facilitativo se refiere a los intentos de la persona para eliminar los obstáculos cognitivos y emocionales en la resolución eficaz de problemas.

**Emoción:** pauta que incluye respuestas fisiológicas (p.ej., actividad del sistema nervioso autónomo), cognitivas (p.ej., valoraciones amenazantes) y motoras (p.ej., respuestas de evitación). Las emociones varían en calidad subjetiva (placer contra dolor), intensidad (grado de activación autónoma) y duración.

La resolución de un problema matemático sugiere la idea de Polya al momento de resolver, hacerlo mediante cuatro fases o etapas que llevan a contestar una serie de preguntas o seguir algunos lineamientos (Escalante, 2015):

**Comprender el problema:** en este caso la persona debe contestar las siguientes interrogantes: ¿Se entiende todo lo que dice?, ¿Se puede replantear el problema con otro enunciado?, ¿Se distingue cuáles son los datos?, ¿Se sabe a dónde se quiere llegar? ¿Hay suficiente información?, ¿Hay información extraña?, ¿Es este problema similar a algún otro que se haya resuelto antes?

**Concepción de un plan:** después de haber comprendido el problema se hace necesario elaborar un plan que ayude a la solución del mismo, para ello se requiere seguir algunos lineamientos: ensayo y error (conjeturar y probar la conjetura), usar una variable, buscar un patrón, hacer una lista, resolver un problema similar más simple, hacer una figura, hacer un diagrama, usar razonamiento directo, usar razonamiento indirecto, usar las propiedades de los números, resolver un problema equivalente, trabajar hacia atrás, usar casos resolver una ecuación, buscar una fórmula, usar un modelo, usar análisis dimensional, identificar sub-metas, usar coordenadas, usar simetría.

**Ejecución del plan:** en esta etapa se requiere implementar la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción te sugiera tomar un nuevo curso, conceder un tiempo razonable para resolver el problema. Si no hay éxito se solicita una sugerencia, se puede volver a empezar. Suele suceder que un nuevo comienzo o una nueva estrategia conducen al éxito.

**Examinar la solución obtenida:** mirar hacia atrás y contestar las siguientes interrogantes garantiza que la solución es la correcta: ¿Es la solución correcta?

¿La respuesta satisface lo establecido en el problema?, ¿Se advierte una solución más sencilla?, ¿Se puede ver cómo extender la solución a un caso general?

Estas etapas aplicadas en la enseñanza de la Matemática Financiera como transmisión de conocimientos permiten al futuro colaborador de una entidad bancaria o similar, poder crear un sistema cognitivo que le permita un mejor raciocinio al momento de enfrentarse a alguna situación o cuestionamiento sobre sus labores de carácter, no sólo matemático, sino de cualquier otra índole.

#### **2.4.2 Uso de las TIC en cuanto a la enseñanza de la Matemática Financiera.**

Actualmente las TIC aportan al ser humano un sin número de beneficios que ayudan a simplificar las labores: doméstico, académico, de negocios, gubernamental y de cualquier otra índole. Es el caso específico de la docencia, es decir, del proceso de enseñanza - aprendizaje desde los primeros grados hasta incluso, los estudios de postgrado, esto según García et al (2011).

El desarrollo tecnológico que se ha presentado en los últimos años en todos los campos sirve para justificar la necesidad de integrar al proceso de enseñanza - aprendizaje, específicamente de la Matemática Financiera, el uso de las TIC. En este sentido su aplicación en los programas y planes de estudio de licenciaturas del ámbito del comercio de una universidad estatal del distrito de Santiago se hace fundamental.

La necesidad de incluir esta herramienta (TIC) en la enseñanza de la Matemática Financiera radica en que:

**El uso de las TIC favorece la manipulación de la información matemática de las variables o datos que son utilizados para el desarrollo de alguna fórmula o modelo matemático. La representación gráfica, el modelado y otras bondades de estas aplicaciones, es lo que las TIC ofrecen para desarrollar ejercicios, ya que como sabemos, algunos casos prácticos de matemáticas resulta complejo resolverlos manualmente utilizando únicamente papel y lápiz. (García et al. 2011, p. 131).**

La tecnología de la información es necesaria verla involucrada en los procesos de enseñanza - aprendizaje de los alumnos y más aún en la formación de los futuros colaboradores de las entidades bancarias, ya que es común ver el manejo tecnológico a la hora de realizar procesos financieros en estas instituciones. Un simulador financiero que ayuda en gran manera a un mejor desempeño a la hora de enfrentarse a problemas matemáticos financieros es Excel.

Se escucha con mucha frecuencia el término Microsoft Office Excel o Excel a secas, pero sus usos y servicios son desconocidos para muchos. Esta es una herramienta con comandos que establecen diversas utilidades en el mercado educativo y laboral. Es un software muy potente y flexible con aplicabilidades en casi todas las ciencias, claramente la Matemática Financiera es una de ellas.

Los colaboradores de toda empresa o negocio requieren de conocimientos acerca de este programa; es por ello que capacitaciones, simposios, seminarios, cursos y carreras son dedicados a este software. El recurso humano de las instituciones bancarias le da la importancia que se merece Excel, atendiendo al manejo y dominio de la parte estadística-financiera.

### **2.4.3 Enseñanza blended learnig en Matemática Financiera.**

En la actualidad las formas de enseñanza han evolucionado sobre manera, dejando atrás otras que parecían ser las ideales o factibles, en los últimos años ha surgido una nueva forma con la denominación de "*blended learning*".

Muchos factores dieron origen al *blenden learning*; una es debido al fracaso del *e-learning*, según Bartolomé (2004, p. 7) "...la decepcionante realidad se ha ido imponiendo: el *e-learning* no ha respondido a las expectativas que había creado", esto debido a la inconformidad con los resultados que ofrecía esta alternativa.

El *e-learning* no es más que procesos de enseñanza - aprendizaje que se ejecutan a través de internet, caracterizados por una separación física entre profesorado y estudiantes, a través de una comunicación tanto síncrona como asíncrona,

mediante la cual se lleva a cabo una interacción didáctica continuada (Martínez, 2007).

Es importante recalcar que los estudiantes con la modalidad del *e-learning* carecen de competencias referentes a la lecto-escritura e iniciativa, con una falta de motivación y de formación por parte de los docentes (Martínez, 2007).

Por otro lado, el *blended learnig* es un modo de enseñanza que hace una mezcla entre la enseñanza presencial con la tecnología no presencial, dando paso a un patrón virtual que contribuye al desarrollo de las competencias de los alumnos en cuanto al auto aprendizaje, mostrando servicios como el aula virtual (Bartolomé, 2004).

El trabajo realizado por *blended learnig* se reporta como un modelo más efectivo de trabajo totalmente en línea. La incorporación de la tecnología de comunicación asincrónica ayuda a “facilitar una experiencia de aprendizaje independiente y colaborativo”. Esto conlleva a mejores resultados en el estudiante y, por lo tanto, un mejor logro en sus cursos (Bartolomé, 2004).

Por último, el uso del *blended learnig* como metodología de enseñanza de la Matemática Financiera resulta atractiva su ejecución, ya que combinando el aspecto presencial con el virtual se puede obtener resultados beneficiosos para la obtención del conocimiento (Martínez, 2007).

# **CAPÍTULO 3**

## **CAPÍTULO 3: MARCO METODOLÓGICO.**

### **3.1 Diseño de investigación.**

La actual investigación tiene como finalidad realizar un estudio sobre el diagnóstico de la Matemática Financiera presente en los currículos de las licenciaturas de las carreras activas de una universidad estatal del distrito de Santiago de Veraguas.

El diseño de investigación contribuyó a observar situaciones ya existentes en el proceso de enseñanza - aprendizaje de los licenciados del comercio de la universidad estudiada, lo cual identifica una investigación con diseño no experimental, tal y como lo indica Hernández, Fernández y Baptista (2006, p.205): *“Lo que hacemos en la investigación no experimental es observar fenómenos tal como se dan en su contexto natural, para posteriormente analizarlos”*, luego se muestra la tendencia a esta clase de estudio.

### **3.2 Tipo de investigación.**

El tipo de estudio de la presente investigación es de carácter descriptivo, debido a que se estudiaron los diferentes factores que influyeron en el currículo de la Matemática Financiera en los estudiantes universitarios, así como también en los profesionales y su campo de estudio.

Las investigaciones descriptivas, por lo general, suelen efectuarse más bien en ambientes naturales, como por ejemplo las universidades, aunque también se pueden realizar en ambientes de laboratorio, siempre que no se realice una manipulación directa de las variables. El propósito de este tipo de investigación es detallar situaciones o eventos, especificando propiedades importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier fenómeno a estudiar (Hernández *et al.*, 2006).

A continuación, se presentan las fases que describen la metodología utilizada en la presente investigación:

### 3.3 Fase 1: Selección y descripción del escenario, población, participantes y cómo fueron elegidos.

**Escenario:** para la realización de la fase 1 del estudio se contempla la participación de tres escenarios distintos, con los cuales se pretende contrastar la información necesaria para el estudio del tema descrito.

El escenario 1 está constituido por un ambiente estudiantil a nivel de licenciatura, el escenario 2 por profesionales que ejercen labores en el ámbito de la matemática financiera y el escenario 3 por los profesionales con formación en matemática que les permite impartir enseñanza en Matemática Financiera a los diferentes niveles de estudios.

**Población:** en el escenario 1, los sujetos que forman esta población son estudiantes universitarios a nivel de licenciatura.

La población que fue parte del objeto de estudio en el escenario 2 la conformaron los colaboradores de las entidades bancarias: Banco Nacional de Panamá (Avenida Central), Caja de Ahorros (Avenida Central), Banco General (Avenida Central), Banistmo y Multibank; todas sucursales de Santiago de Veraguas.

En estas instituciones sólo fueron encuestados los colaboradores de los departamentos de operaciones, cajeros y analistas; esto con el fin de delimitar de una mejor forma los que en realidad están vinculados a cálculos financieros.

El escenario 3 está conformado por los licenciados en Matemática que ejercen docencia a nivel superior.

**Participantes:** las personas que conformaron cada uno de los escenarios descritos anteriormente fueron distribuidas de la siguiente manera.

Los que ocupan el escenario 1 son 10 estudiantes a nivel de pregrado, los cuales ya culminaron sus estudios de Matemática Financiera, pero aún cursan su licenciatura.

Por otro lado, el escenario 2 está conformado por los participantes de los 5 bancos antes mencionados, por lo cual, la muestra se reparte de la siguiente manera (Ver cuadro N°2):

**Cuadro N° 2 Cuadro resumen de los colaboradores encuestados de cada banco.**

Entidad Bancaria	Nº de Colaboradores
Banco Nacional	10
Caja de Ahorro	10
Banco General	10
Banistmo	9
Multibank	9
Total	48

Fuente: Entidades bancarias

Por último, los profesores de Matemática Financiera que forman parte del escenario 3 son 5 docentes que laboran en la universidad estatal estudiada, los cuales tienen experiencias brindando el curso de Matemática Financiera en las distintas licenciaturas del ámbito del comercio.

### **3.3.1 Tipo de muestra.**

Esta investigación contempla un tipo de muestra no probabilística, en donde el escenario 1 y 2 reflejan una muestra por cuotas, mientras en el escenario 3 es intencional.

El estudio se ciñe bajo este parámetro no probabilístico, ya que el mismo contribuye en las investigaciones donde no existe la certeza de que la muestra extraída sea representativa, porque no todos los sujetos de la población tienen la misma probabilidad de ser elegidos (Hernández *et al.* 2006).

El muestreo por cuotas se asienta generalmente sobre la base de un buen conocimiento de los estratos de la población y/o de los individuos más "representativos" o "adecuados" para los fines de la investigación. Mantiene, por tanto, semejanzas con el muestreo aleatorio estratificado, pero no tiene el carácter de aleatoriedad de aquél (Hernández *et al.* 2006).

Por otro lado, el muestreo intencional se caracteriza por un esfuerzo preparado de obtener muestras "representativas" mediante la inclusión en la muestra de grupos supuestamente típicos (Hernández *et al.* 2006).

### 3.4 Fase 2: Descripción de las variables.

Como base y fundamento de la investigación que se presenta se hace necesario definir, tanto conceptualmente como operacionalmente, las variables del estudio (Ver el cuadro N°3)

**Cuadro N° 3 Definición conceptual y operacional de las variables de la investigación.**

Variable 1 (Independiente)	Definición conceptual	Definición operacional
Diagnóstico de la Matemática Financiera.	El diagnóstico de la Matemática Financiera consiste en perfilar un programa de finanzas actualizado, amable con el estudiante y sobre todo eficaz a la hora de medir sus resultados en la práctica. El estudiante de hoy está en la misión de aceptar su entorno y de convivir en el mismo con un compromiso social (Aguirre, 2015).	El diagnóstico de la Matemática Financiera se mide a través del análisis de los contenidos, métodos, estrategias, técnicas de impartir esta disciplina así como la aplicación de la tecnología a nivel universitario.

Variable 2 (Dependiente)	Definición conceptual	Definición operacional
Realidades laborables	Teresita Izura y Bárbara Montesino, comparten en su análisis crítico de la realidad y la definen realidad laboral como la situación que se presenta como vulnerable y la categoría de trabajo que ha perdido contenido. El mismo, viene a establecerse en un término altamente valorativo y explicativo de la realidad.	Las realidades laborales se miden a través de la relación entre los contenidos abordados en la etapa de licenciatura, con los llevados a cabo en el diario acontecer de los colaboradores de las entidades bancarias donde los egresados de carreras financieras aplican los conocimientos, técnicas, habilidades y estrategias que provee la Matemática Financiera.

Fuente: Carlos Aguirre, 2015; Teresita Izura y Bárbara Montesino, 2010.

### 3.5 Fase 3: Descripción de los instrumentos y/o técnicas de recolección de datos.

Para la realización de este proyecto se utilizaron dos instrumentos de recolección de la información, plasmados en cuestionarios auto administrados por medio de la técnica de encuestas, los cuales pueden consultarse en la sección de anexos.

La investigación utilizó como instrumento el cuestionario, el cual fue sometido a validación de un grupo de docentes de Matemática. Los cuestionarios según Hernández, *et al.* (2006, p. 310), “...consiste en un conjunto de preguntas respecto a una o más variables a medir. Debe ser congruente con el planteamiento del problema...”, sólo hay que tener presente que en esta investigación los participantes de los distintos escenarios recibieron cuestionarios similares.

Las encuestas, para muchos la técnica por excelencia para la recolección de datos dentro de una temática de opinión específica, es utilizada en este caso para

preguntar a estudiantes sobre su grado de aprobación en cuanto a los factores antes planteados y para docentes haciendo referencia a la frecuencia en la aplicación de estrategias y metodologías de enseñanza, es decir, las realidades laborales.

A continuación se presenta los objetivos de la investigación y las preguntas que corresponden a dicho objetivo ya sea en la encuesta de los docentes, estudiantes o colaboradores.

### **3.5.1 Encuestas de docentes.**

➤ Analizar los programas de Matemática Financiera que se utilizan en las Facultades de: Administración de Empresas y Contabilidad, Economía e Informática, Electrónica y Comunicaciones, para encontrar las relaciones existentes entre los contenidos en las distintas facultades.

- La formación de los economistas, contables, administradores y afines está basada en la realidad del mundo laboral.
- El currículo de la Matemática Financiera requiere algún tipo de modificación o actualización.

➤ Proponer un estudio estadístico que muestre la información recabada.

- En cuál o cuáles de estas licenciaturas usted ha impartido la asignatura Matemática Financiera.

➤ Identificar saberes de la matemática financiera que requieren mayor atención en su estudio.

- Serán los contenidos impartidos en Matemática Financiera los que los egresados requieran en su desempeño laboral.
- Interés simple, descuento simple, pagos parciales, valor presente, anualidades, amortizaciones y bonos; son contenidos que brinda usted en la enseñanza de la Matemática Financiera.

➤ Determinar los contenidos y metodologías de la asignatura de Matemática Financiera que se ofrecen en una universidad estatal del distrito de Santiago de Veraguas.

- La metodología en la enseñanza de la Matemática Financiera que ha utilizado ha dado excelentes resultados.
- Utilizando únicamente lápiz y papel es la mejor forma de enseñar Matemática Financiera.
- En su desempeño como docente hace uso de algún software o programa computarizado para enseñar los cálculos financieros.

➤ Presentar la propuesta final sobre la metodología de enseñanza del concepto de anualidades de la asignatura de Matemática Financiera basada en las realidades laborales.

- La enseñanza de la Matemática Financiera, que impulse el uso de instrumentos tecnológicos, garantiza un aprendizaje significativo.
- ¿Qué cambios sugiere en cuanto a la enseñanza de la Matemática Financiera?

### **3.5.2 Encuestas a colaboradores.**

➤ Presentar la propuesta final sobre la metodología de enseñanza del concepto de anualidades de la asignatura de Matemática Financiera basada en las realidades laborales.

- Se necesitan cambios o actualizaciones en el currículo en cuanto a nuevos contenidos y metodologías de enseñanzas de la Matemática Financiera
- ¿Qué cambios sugiere en cuanto a la enseñanza de la Matemática Financiera?

➤ Analizar los programas de Matemática Financiera que se utilizan en las facultades de: Administración de Empresas y Contabilidad, Economía e

Informática, Electrónica y Comunicaciones, para encontrar las relaciones existentes entre los contenidos en las distintas facultades.

- La formación de su licenciatura, en cuanto a Matemática Financiera, cumple con los estándares que se requieren para tu desempeño profesional.
- En su desempeño profesional hace uso de algún software o programa computarizado para realizar los cálculos financieros

➤ Determinar los contenidos y metodologías de la asignatura de Matemática Financiera que se ofrecen en una universidad estatal del distrito de Santiago de Veraguas.

- La metodología utilizada por el docente de Matemática Financiera era la adecuada para la enseñanza de los contenidos.
- Utilizando únicamente lápiz y papel es la mejor forma de enseñar Matemática Financiera.
- La enseñanza de la Matemática Financiera, que impulse el uso de instrumentos tecnológicos, garantiza un aprendizaje significativo.
- En el curso de Matemática Financiera, el facilitador demostró o realizó la deducción de cada una de las fórmulas utilizadas.
- El proceso de despejar una fórmula fue una tarea que diariamente se realizó en el aula de clase.
- En su formación de Licenciado(a) tuvo acceso a algún tipo de software u ordenador para la aplicación de los contenidos de la Matemática financiera.

➤ Identificar saberes de la matemática financiera que requieren mayor atención en su estudio.

- Cuáles de estos contenidos son utilizados en su desempeño profesional, en la institución que actualmente labora.
- Los contenidos antes planteados son pertinentes para el desarrollo de su labor profesional.

- Los profesores de Matemática desarrollaron a profundidad los conocimientos propios de la Matemática Financiera.
- Consideras que los profesores de Matemática Financiera requieren profundizar propiamente los conocimientos de esta área en favor de sus estudiantes.

- Proponer un estudio estadístico que muestre la información recabada.
  - Indique la universidad y el año en que obtuvo su licenciatura.
  - De cuál de estas licenciaturas usted es egresado.

### **3.5.3 Encuesta a estudiante.**

- Presentar la propuesta final sobre la metodología de enseñanza del concepto de anualidades de la asignatura de Matemática Financiera basada en las realidades laborales.
  - Se necesitan cambios o actualizaciones en el currículo en cuanto a nuevos contenidos y metodologías de enseñanzas de la Matemática Financiera
  - ¿Qué cambios sugiere en cuanto a la enseñanza de la Matemática Financiera?
- Determinar los contenidos y metodologías de la asignatura de Matemática Financiera que se ofrecen en una universidad estatal del distrito de Santiago de Veraguas.
  - Sería importante presentar uno o varios de los contenidos antes planteados, usando el razonamiento deductivo.
  - La metodología utilizada por el docente de Matemática Financiera era la adecuada para la enseñanza de los contenidos.
  - Utilizando únicamente lápiz y papel es la mejor forma de enseñar Matemática Financiera.
  - La enseñanza de la Matemática Financiera, que impulse el uso de instrumentos tecnológicos, garantiza un aprendizaje significativo.

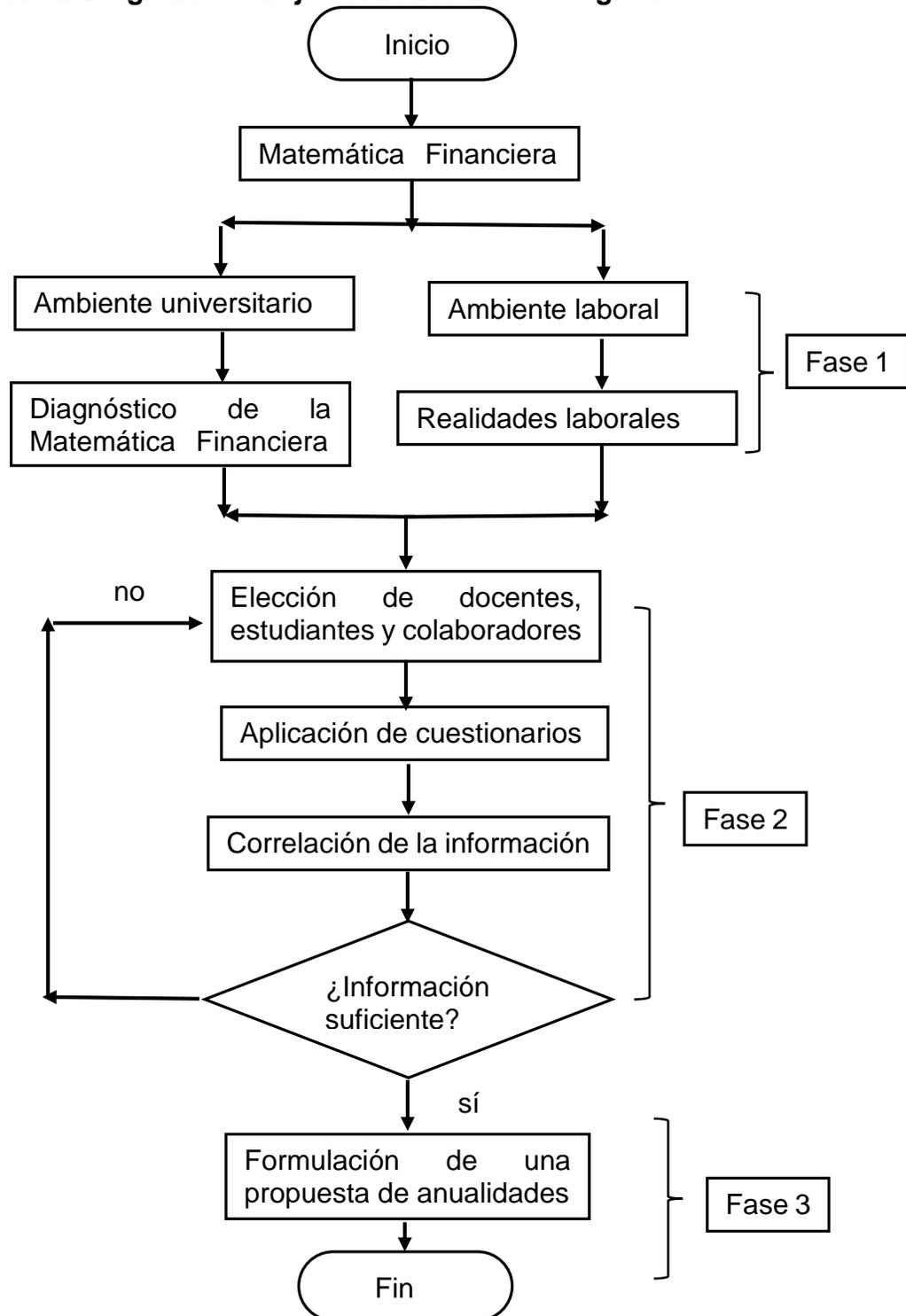
- En el curso de Matemática Financiera el facilitador demostró o realizó la deducción de cada una de las fórmulas utilizadas.
  - El proceso de despejar una fórmula fue una tarea que diariamente se realizó en el aula de clase.
  - En su formación de licenciado(a) ha tenido acceso a algún tipo de software u ordenador para la aplicación de los contenidos de la Matemática financiera.
- Identificar saberes de la Matemática Financiera que requieren mayor atención en su estudio.
- Cuáles de estos contenidos requieren de mayor atención en cuanto a su enseñanza.
  - Los profesores de Matemática desarrollaron a profundidad los conocimientos propios de la Matemática Financiera.
- Proponer un estudio estadístico que muestre la información recabada.
- De cuál de estas licenciaturas usted es estudiante.

### 3.6 Fase 4: Procedimiento.

En primera instancia, se hace un recuento documental, estableciendo allí la descripción de los planes de estudio de la Matemática Financiera en las distintas carreras del ámbito del comercio en la universidad estatal. Por otro lado, se realiza una correlación existente entre lo que se pide en el mercado laboral y lo ofertado en la universidad, de acuerdo a la formación y realidades que requiere poseer el recurso humano de estas entidades bancarias y similares.

Con el fin de verificar si la Matemática Financiera responde a las realidades laborales en el distrito de Santiago de Veraguas, el pilar en que se basa la investigación; se presenta el siguiente diagrama de flujo.

Figura N° 1: Diagrama de flujo del marco metodológico.



Fuente: El autor.

# **CAPÍTULO 4**

## **CAPÍTULO 4: ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS.**

A continuación, se describen los resultados de la investigación, los cuales fueron recabados en los bancos de la localidad de Santiago de Veraguas: Banco Nacional de Panamá (sucursal de la central), Banco General (sucursal de la central), Caja de Ahorro (sucursal de la central), Banistmo y Multibank, así como también en la universidad estatal de Santiago de Veraguas.

Para el desarrollo de este estudio fue necesario seguir los lineamientos de varias fases, las cuales se amalgaman por medio de la aplicación de una encuesta aplicada a los colaboradores de las entidades bancarias, docentes universitarios y estudiantes a nivel de licenciatura; donde los datos obtenidos fueron sometidos a un proceso de análisis e interpretación.

### **4.1 Presentación de resultados.**

Los datos han sido estructurados en varias fases para dar respuesta al objetivo general, objetivos específicos y al problema de investigación.

Los datos que a continuación se presentan se enfocan en dar respuesta al objetivo de **analizar los programas de matemática financiera que se utilizan en las facultades de: Administración de Empresas y Contabilidad, Economía e Informática, Electrónica y Comunicaciones.**

Mediante este objetivo se buscaba conocer datos acerca de la formación de los egresados de las carreras del ámbito del comercio de la universidad estudiada, así como también si existe o no una necesidad de modificación o actualización del currículo de Matemática Financiera.

Los docentes consultados respondieron a la siguiente premisa: **¿La formación de los economistas, contables, administradores y afines está basada en las realidades del mundo laboral?**, en la siguiente tabla se muestra sus puntos de vista.

**Tabla N° 1 : Realidades del mundo laboral de Matemática Financiera.**

Realidad	
Estándares	Cantidad de docentes
Muy en desacuerdo	0
En desacuerdo	0
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	0
De acuerdo	4
Muy de acuerdo	2
Total	6

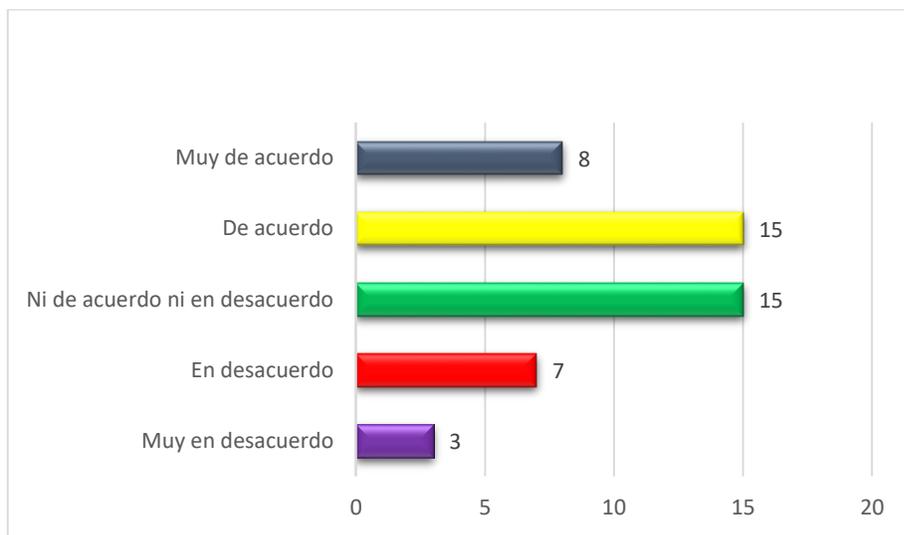
Fuente: Docentes de la universidad estatal de Santiago de Veraguas.

Bajo esta premisa se puede concluir que de los 6 docentes consultados 2 (33%) dijeron estar muy de acuerdo y 4 (67%) de acuerdo, con respecto a que la formación de los licenciados del ámbito del comercio está basada en las realidades laborales.

Estos resultados reflejan que el criterio de los docentes universitarios, encargados de impartir la asignatura de Matemática Financiera, concuerda en que la formación de los economistas, contables, administradores y afines está basada en las realidades del mundo laboral.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos a través de la consulta a los colaboradores de las entidades bancarias, con la salvedad que a estos la premisa se le planteó de la siguiente manera: **¿La formación de su licenciatura en cuanto a Matemática Financiera cumple con los estándares que se requieren para tu desempeño profesional?** El cumplimiento de los estándares a nivel profesional respecto a las habilidades y destrezas que se imparten durante la licenciatura es analizado a continuación:

**Gráfica N° 1: Estándares para el desempeño profesional, Veraguas 2018.**



Fuente: profesionales de las entidades bancarias.

La gráfica N°1 refleja el criterio de los egresados de la universidad, por lo cual se puede concluir que los encuestados, en su mayoría, dicen aprobar el cumplimiento de los estándares de Matemática Financiera en su desempeño profesional, pues en su diario acontecer como colaboradores(as) de una empresa hacen uso de las herramientas que le provee la asignatura estudiada.

Por otro lado, la opinión de 15 de los egresados que respondieron no estar ni de acuerdo ni en desacuerdo, es que en su trabajo diario han tenido que reforzar y complementar las habilidades que adquirieron en sus licenciaturas con otro tipo de estudios.

A manera de conclusión, se puede aportar que para los docentes universitarios, las realidades laborales si se ven reflejadas en la formación de los licenciados en cuanto a Matemática Financiera; mientras que los egresados tienen opiniones encontradas.

Atendiendo el mismo objetivo específico, otra premisa consultada fue: **¿El currículo de Matemática Financiera requiere algún tipo de modificación o actualización?** Los docentes respondieron de la siguiente manera:

**Tabla N° 2 Actualización del currículum de Matemática Financiera.**

Currículo	
Estándares	Cantidad de docentes
Muy en desacuerdo	0
En desacuerdo	1
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	2
De acuerdo	2
Muy de acuerdo	1
Total	6

Fuente: Docentes de la universidad estatal de Santiago de Veraguas.

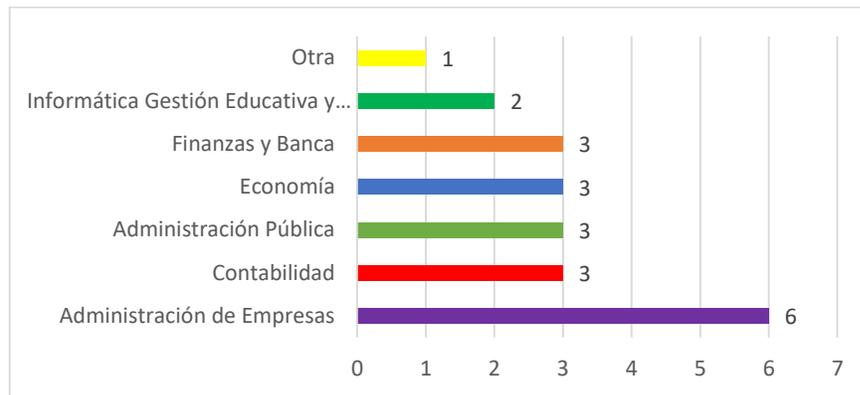
El currículum de Matemática Financiera en la universidad estudiada ha sufrido pocos cambios en los últimos años, muestra de ello se observa en el cuadro N°1 del capítulo 2, donde los contenidos, por ejemplo, siguen siendo los tradicionales; tales como cálculo de intereses, anualidades, amortizaciones, entre otros; mientras que existen nuevos conceptos en términos de Matemática Financiera como los de opciones y futuros, así como también manejo de softwares que son parte de la Matemática Financiera contemporánea.

En la tabla N°2 se dan a conocer los datos proporcionados por los docentes, quienes manifiestan aprobar en un 50% la actualización del currículum de la asignatura de Matemática Financiera; un 17% dijo estar en desacuerdo con la medida, sin embargo; 2 de los 6 docentes con su indecisión, ya que al plasmar estar ni de acuerdo ni en desacuerdo, reflejan poco interés en darle un cambio y modernismo al currículum de esta asignatura.

El siguiente objetivo de la investigación, que fue consultado en los cuestionarios fue: **Proponer un estudio estadístico que muestre la información recabada**, para ello los docentes contestaron la siguiente interrogante: **¿En cuál o cuáles de estas licenciaturas usted ha impartido la asignatura de Matemática Financiera?**

A los docentes se le presentó una lista de licenciaturas ofertadas en la universidad estudiada. En la siguiente gráfica se muestra la manera en que contestaron:

**Gráfica N° 2 Licenciaturas ofertadas en la universidad estatal. Veraguas, 2018.**



Fuente: Docentes de la universidad estatal de Santiago de Veraguas.

Como se puede observar en la gráfica anterior, todos los docentes encuestados han dado el curso de Matemática Financiera en la Licenciatura de Administración de Empresas, mientras que en las otras carreras se han distribuido. En este sentido los egresados respondieron **¿De cuál de estas licenciaturas usted es egresado?** Las respuestas de los consultados se muestran en la siguiente tabla.

**Tabla N° 3: Licenciaturas de egreso de la universidad estatal, Veraguas 2018.**

Egresados	
Licenciaturas	Cantidad
Administración de Empresas	11
Contabilidad	8
Administración Pública	0
Economía	9
Finanzas y Banca	15
Informática Gestión Educativa y Empresarial	0
Otra	5
Total	48

Fuente: Profesionales de las entidades bancarias.

Las licenciaturas de donde provienen los colaboradores apuntan a que en su mayoría derivan de Finanzas y Banca con un 31% de los encuestados, le sigue Administración de Empresas con un 23%, Contabilidad con 17% y Economía muestra un 19% de egresados.

El 10% que marca la opción otra está conformada por Ingenierías en Telecomunicaciones, Industrial, en Informática y Licenciaturas como Publicidad y Mercadeo. La Licenciatura en Informática para la Gestión Educativa y Empresarial y Administración Empresarial; no mostraron resultado alguno.

Estos resultados apuntan a que los colaboradores de las entidades bancarias, en su gran mayoría, pertenecen al conjunto de los licenciados egresados de la universidad estatal del distrito de Santiago con un 90% y un 100% de los estudiantes que fueron cuestionados son de la Licenciatura en Contabilidad en el tercer año de su carrera.

Los contenidos que se imparten en las licenciaturas que se mostraron en la gráfica N°2, en donde se da la asignatura en Matemática Financiera, se estudiaron por medio del siguiente objetivo: **Identificar saberes de la Matemática Financiera que requieren mayor atención en su estudio.**

Los docentes respondieron a la siguiente pregunta: **¿Serán los contenidos impartidos en Matemática Financiera los que requieren los egresados en su desempeño laboral?**

Los contenidos impartidos por los docentes de Matemática Financiera son la base del conocimiento en la que los futuros egresados de la Universidad Estatal estudiada se apoyaran para hacer sus actividades diarias laborales, en este caso como colaborador de una entidad bancaria.

**Tabla N° 4: Contenidos impartidos en Matemática Financiera según los docentes.**

Contenidos impartidos	
Estándares	Cantidad de docentes
Muy en desacuerdo	0
En desacuerdo	0
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	2
De acuerdo	3
Muy de acuerdo	1
Total	6

Fuente: Docentes de la universidad estatal de Santiago de Veraguas.

Esta interrogante está muy vinculada a las realidades y se puede aportar que los docentes contestaron de manera similar, pues aprueban con un 50% y 17% entre de acuerdo y muy de acuerdo respectivamente, sin embargo, dos de ellos mostraron indecisión; esto refleja que los docentes comparten la idea de que no todos los contenidos que se dan en la asignatura son ejecutables al momento de desempeñarse profesionalmente.

Por otro lado, también a los docentes se les preguntó: **¿Interés simple, descuento simple, pagos parciales, valor presente, anualidades, amortizaciones y bonos; son contenidos que brinda usted en la enseñanza de la Matemática Financiera?** La aprobación de los docentes fue notable, ya que un 83,3% plantearon estar muy de acuerdo y un 17% de acuerdo, esta situación demuestra que ellos tienen como contenidos puntuales los expresados en la premisa anterior al momento de dar el curso de Matemática Financiera.

A los colaboradores de las entidades bancarias se les consultó sobre el mismo objetivo, ellos respondieron a las siguientes interrogantes: **¿Cuáles son los contenidos utilizados en el desempeño profesional en la institución donde actualmente labora?**

Los contenidos tratados en la asignatura de Matemática Financiera son un aspecto de alto valor y cuando cubre las habilidades necesarias fijan su validez en el aspecto social y en el currículo universitario.

**Tabla N° 5: Contenidos utilizados en el desempeño profesional en la institución.**

Contenidos	
	Cantidad de egresados
Interés simple	48
Descuento simple	28
Pagos parciales	17
Interés compuesto	37
Valor presente y ecuaciones de valor	26
Anualidades	46
Amortización	48
Bonos	21

Fuente: Profesionales de las entidades bancarias.

Todos los egresados coincidieron en que los temas de interés simple y amortización son contenidos usados durante su labor profesional, por otra parte, el concepto de anualidades muestra un alto porcentaje; mientras que el resto de los contenidos reflejan menor grado de aprobación.

Es importante recalcar que en ésta pregunta cada encuestado podía tomar más de una opción, ya que se considera son varios los temas que se necesitan para ejercer la labor profesional de cada colaborador en su respectivo puesto de trabajo.

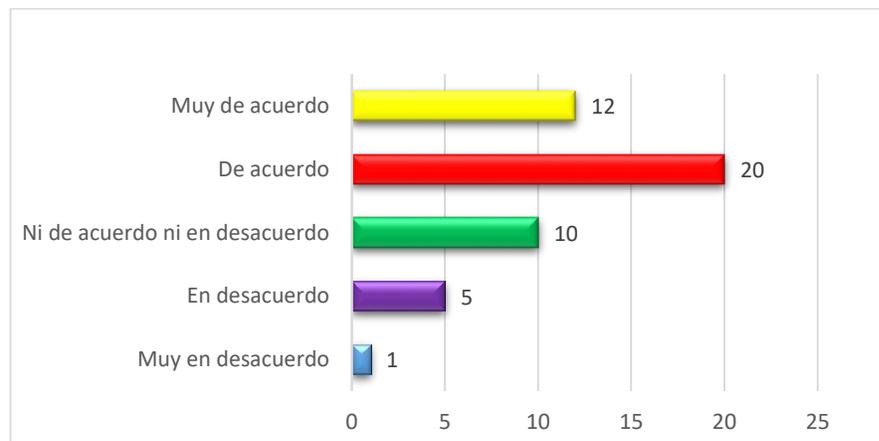
Se puede agregar que todos estos contenidos forman parte de la denominada Matemática Financiera Clásica, conceptos que siguen vigentes en los planes y programas de estudios de las distintas licenciaturas del área del comercio.

Otra interrogante relacionada con el objetivo es: **¿Los contenidos antes planteados son pertinentes para el desarrollo de su labor profesional?**

Atendiendo a lo observado en la pregunta anterior, referida a los contenidos y las diversas respuestas que se obtuvieron; es preciso analizar o examinar la pertinencia de los temas en contraste o relación a su desempeño laboral.

De los consultados, solamente 6 (12.5%) manifestaron un grado de desacuerdo con la pertinencia de los contenidos para la labor profesional, mientras que 32 (66.7%) de ellos dijeron estar de acuerdo, por último 10 (20.8%) de los colaboradores mostraron indecisión.

**Gráfica N° 3: Pertinencia de los contenidos para la labor profesional.**



Fuente: Profesionales de las entidades bancarias.

De lo que se manifiesta en la gráfica N°3 se puede decir que los consultados muestran una parcial aprobación con respecto a la pertinencia de los contenidos, lo que prueba una consistencia entre el elemento contenido del currículo con lo que se espera del futuro egresado de la universidad estatal, en otras palabras, las habilidades necesarias y suficientes para su desempeño profesional.

Posteriormente se preguntó: **¿Consideras que los profesores de Matemática desarrollaron a profundidad los conocimientos propios de la Matemática Financiera?**

La profundidad en el desarrollo de los contenidos de la Matemática Financiera es el fundamento que le da el docente a la materia, lo cual contribuye a una adquisición del conocimiento de manera satisfactoria.

Los egresados contestaron de la siguiente manera: 29 (60%) de los 48 plantearon que durante su licenciatura el docente encargado de facilitar la asignatura de Matemática Financiera sí profundizó en los contenidos, mientras que 19 (40%) dijeron que no.

La profundización de los contenidos por parte de los docentes de Matemática Financiera es en la mayoría de las veces una labor que se lleva a cabo, esto apunta a que los ellos se valen de medios que facilitan el proceso de enseñanza aprendizaje.

Por último: **¿Consideras que los profesores de Matemática Financiera requieren profundizar propiamente los conocimientos de esta área en favor de sus estudiantes?**

La pregunta que antecede hablaba acerca de la profundización de los contenidos en la enseñanza de la Matemática Financiera, ahora se plantea a consideración de los encuestados la necesidad o no de este ejercicio.

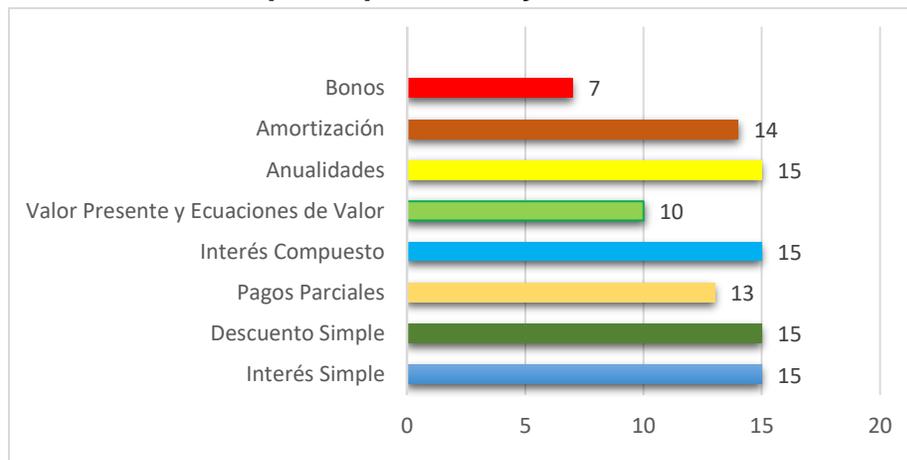
Los encuestados respondieron así: 77% plantearon que los docentes de Matemática Financiera requieren profundizar en los contenidos de dicha asignatura, mientras que un 23% dijo que no.

Es claro que los colaboradores de las entidades bancarias, en su gran mayoría, coinciden en que los docentes de la asignatura de Matemática Financiera deben establecer buenos cimientos para los contenidos que se vayan a abordar en determinado curso y esto se puede lograr a través de su profundización

Los estudiantes de la licenciatura en contabilidad, que actualmente cursan el tercer año, contribuyeron con sus respuestas para así analizar el mismo objetivo según la perspectiva de los que aún son estudiantes, ellos contestaron lo siguiente: **¿Cuáles de éstos contenidos requieren de mayor atención en su estudio?**

A juicio de los estudiantes, los contenidos de la asignatura de Matemática Financiera, de acuerdo a aspectos tales como: aplicabilidad, complejidad de cálculos, entre otros; de una lista resaltaron cuál o cuáles requieren de mayor atención, dichos datos se presentan en la siguiente gráfica.

**Gráfica N° 4: Contenidos que requieren mayor atención.**



Fuente: Estudiantes de la licenciatura en contabilidad de III año.

Se puede apreciar en esta gráfica que los estudiantes apuntan a que anualidades, interés simple y compuesto, descuento simple; son los contenidos con mayor apremio de los listados, destacando la relevancia que tienen para los consultados estos temas y lo importante que sería el plantear alguno usando una nueva metodología de enseñanza, por ejemplo, en el concepto anualidades.

Otra pregunta que se les participó a los estudiantes fue: **¿Los profesores de Matemática Financiera desarrollaron a profundidad los conocimientos propios de la asignatura?**

Al observar que un 87% de los estudiantes concuerdan en que el docente de Matemática Financiera profundizó en los contenidos, se refleja que los conceptos impartidos en su momento cumplieron a cabalidad, no sólo con los temas que había que dar, sino que también se fundamentaron en sus bases epistemológicas.

La tercera y última de las preguntas para los estudiantes, teniendo en cuenta el objetivo de la identificación de los saberes de la Matemática Financiera que

requieren mayor atención fue: **¿consideras que los profesores de Matemática Financiera requieren profundizar propiamente los conocimientos de esta área en favor de sus estudiantes?**

Los estudiantes contestaron unánimemente respecto a este cuestionamiento y su respuesta fue un sí.

**Determinar los contenidos y metodologías de la asignatura de Matemática Financiera que se ofrecen en una universidad estatal del distrito de Santiago de Veraguas**, es el objetivo específico que se analizará a continuación. Se verán los datos que se obtuvieron sobre este objetivo, dependiendo de cada participante.

**¿La metodología utilizada por el docente de Matemática Financiera era la adecuada para la enseñanza de los contenidos?**

El grado de aceptación de los estudiantes egresados, con respecto a las metodologías empleadas por los docentes de Matemática Financiera, se estudia a continuación.

**Tabla N° 6: La metodología utilizada por el docente de Matemática Financiera.**

Metodología	
Estándares	Cantidad de egresados
Muy en desacuerdo	1
En desacuerdo	9
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	14
De acuerdo	17
Muy de acuerdo	7
Total	48

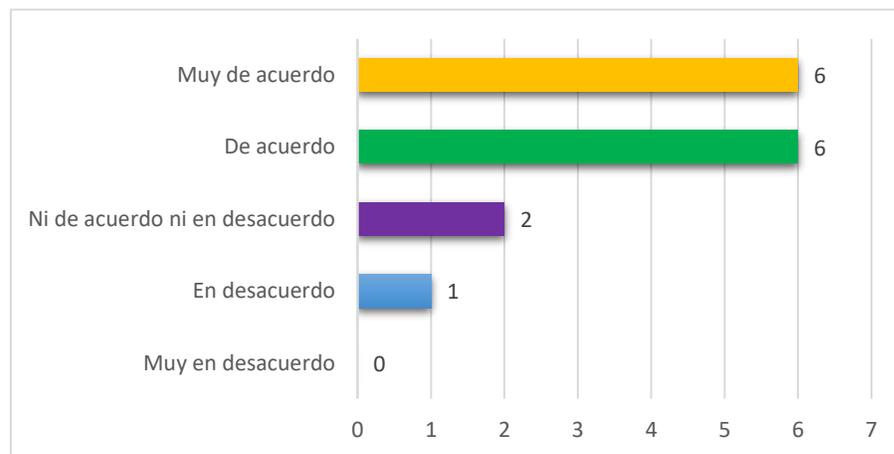
Fuente: Profesionales de las entidades bancarias.

Opiniones encontradas se pudieron obtener mediante este ítem y con el apoyo de la tabla N°6 se percibe un mayor porcentaje en la afirmación de estar de acuerdo con la metodología empleada por el docente con un 35%, por otro lado, un 21% presentan algún grado de desacuerdo.

Esto refleja que la metodología usada por los docentes fue en su mayoría la acertada, esto según los egresados, pero una parte importante considera que la metodología no era acorde con sus expectativas.

Por otro lado, los estudiantes a este mismo cuestionamiento contestaron de la siguiente forma:

**Gráfica N° 5: Metodología del docente de Matemática Financiera.**



Fuente: Estudiantes de la licenciatura en contabilidad de III año.

Esta gráfica refleja el alto grado de aprobación de los estudiantes con 12 de los encuestados que son el 80%, quienes están a favor de la metodología que usó el docente en la ejecución de la asignatura de Matemática Financiera, mientras que sólo 1 dijo estar en desacuerdo y 2 contestaron ni de acuerdo ni en desacuerdo, reflejando estos últimos indecisión sobre el tema.

Por último, los docentes contestaron la siguiente pregunta: **¿La metodología en la enseñanza de la Matemática Financiera que ha utilizado ha dado excelentes resultados?**

Los docentes consideran que su metodología al momento de impartir el curso de Matemática Financiera ha dado frutos, esto apunta a que su forma de enseñar está logrando en los estudiantes un aprendizaje significativo.

Otra pregunta relacionada a este objetivo es:

### **¿Únicamente utilizando lápiz y papel es la mejor forma de enseñar Matemática Financiera?**

La enseñanza de la Matemática como asignatura ha sido objeto de un tipo de enseñanza tradicional como lo es mediante el uso del lápiz y papel. A continuación, se verá su aprobación como uso exclusivo en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática Financiera, la siguiente gráfica muestra los datos obtenidos a través de los egresados.

**Gráfica N° 6: Lápiz y papel en la enseñanza de la Matemática Financiera.**



Fuente: Profesionales de las entidades bancarias.

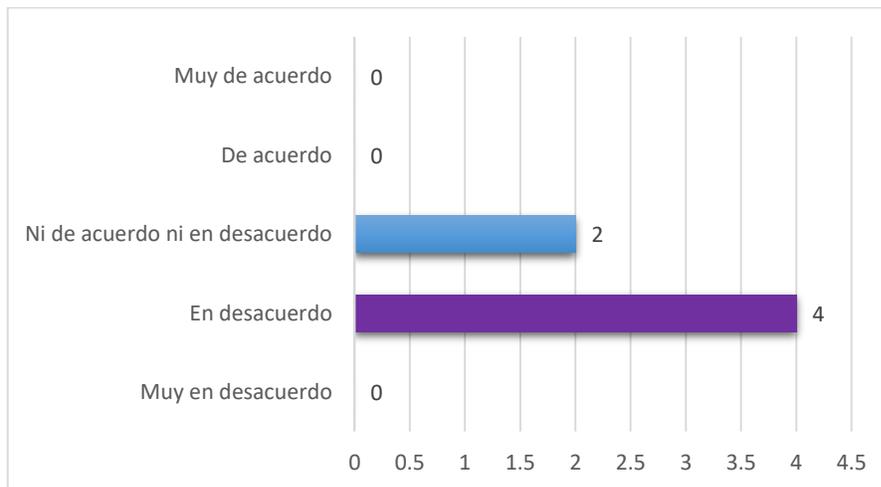
En este sentido, los participantes contestaron del siguiente modo: 10 de ellos expresaron cierto grado de aprobación en el uso del lápiz y papel en la enseñanza de la Matemática Financiera; 17 no estaban ni de acuerdo ni en desacuerdo, por último 21 presentaron oposición con la medida del uso exclusivo de estos recursos.

Esto refleja que la mayoría de los consultados dijo no estar ni de acuerdo ni en desacuerdo, pero es importante destacar que 21 (44%) de los encuestados plantearon estar en desacuerdo con el uso exclusivo del lápiz y papel en la

enseñanza de la Matemática Financiera, lo que quiere decir, que la enseñanza desde tiempos antiguos usando sólo lápiz y papel sigue siendo una herramienta efectiva de transmisión de conocimiento matemático, por ello no se descarta, pero su uso debe darse siempre combinándolo con metodologías novedosas de enseñanza.

Los estudiantes de la Licenciatura en Contabilidad presentan opiniones similares a las aportadas por los egresados, pues sólo un 20% de ellos manifestaron estar de acuerdo con la utilización exclusiva de lápiz y papel en la enseñanza de la Matemática Financiera. A continuación, se verá qué dijeron los docentes con respecto a esta pregunta en la siguiente gráfica.

**Gráfica N° 7: Lápiz y Papel.**



Fuente: Docentes de la universidad estatal de Santiago de Veraguas.

Es claro que los docentes apuntan a que la enseñanza de la Matemática Financiera no debe de ser vista como un proceso tradicional, donde el uso de una herramienta es la única forma de transmisión de conocimiento, pues se hace necesario la inclusión de novedosos instrumentos de la tecnología para la enseñanza de esta disciplina.

Los últimos dos renglones del párrafo anterior se estudiaron en la siguiente pregunta.

**¿La enseñanza de la Matemática Financiera, que impulse el uso de instrumentos tecnológicos, garantiza un aprendizaje significativo?**

A diferencia de la pregunta anterior, con la siguiente se busca medir de cierta manera que tan aceptado es el uso de instrumentos tecnológicos en la enseñanza de la Matemática Financiera.

**Tabla N° 7: Uso de instrumentos tecnológicos.**

Instrumentos tecnológicos	
Estándares	Cantidad de egresados
Muy en desacuerdo	0
En desacuerdo	0
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	8
De acuerdo	8
Muy de acuerdo	32
Total	48

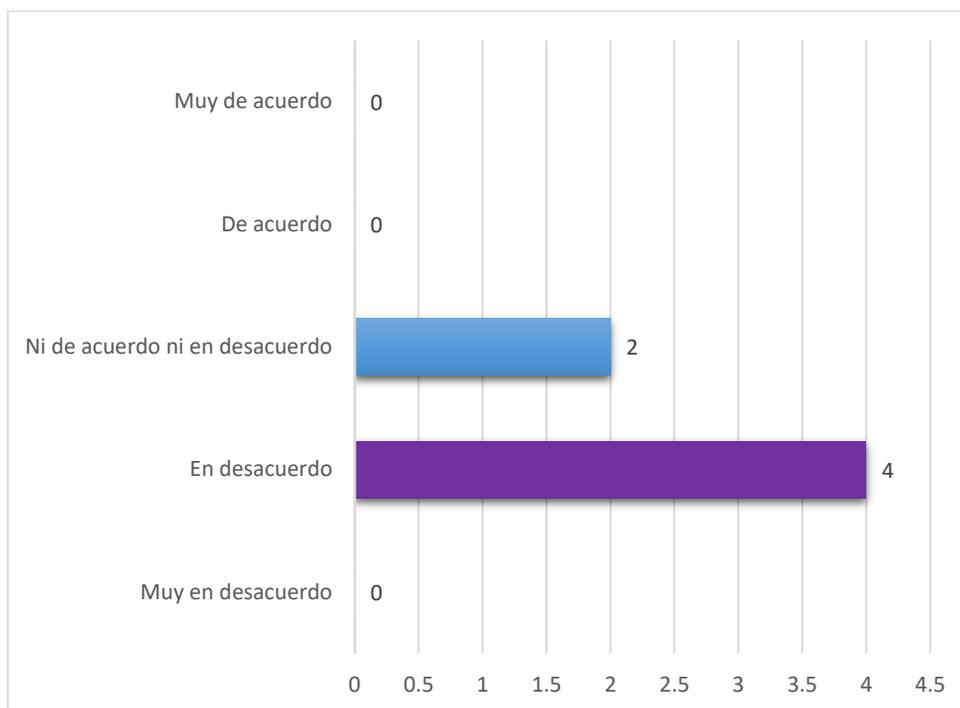
Fuente: Profesionales de las entidades bancarias.

A través de esta interrogante se pudieron obtener resultados con respecto al uso de instrumentos tecnológicos en la enseñanza de la Matemática Financiera: 8 de los 48 dijeron no estar ni de acuerdo ni en desacuerdo, mientras que 40 de ellos opinaron estar de acuerdo.

En esta pregunta se ve plasmada la estrecha vinculación de los instrumentos tecnológicos con el quehacer de los miembros de una entidad bancaria, lo que indica su gran valor en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática Financiera.

A los docentes se les consultó por medio de la siguiente pregunta: **¿En su desempeño como docente utiliza algún software o programa computarizado para enseñar los cálculos financieros?** Ellos contestaron de la siguiente manera.

**Gráfica N° 8: Software para cálculos financieros.**



Fuente: Docentes de la universidad estatal de Santiago de Veraguas.

Resulta algo paradójico lo percibido en los resultados de esta pregunta a los docentes, pues, por un lado, su alto grado de reprobación al uso exclusivo de lápiz y papel en la enseñanza de Matemática Financiera es muy similar al poco uso de instrumentos tecnológicos, como los son los programas para cálculos financieros.

De los encuestados un 66%, al marcar en desacuerdo, dicen que rara vez usan herramientas tecnológicas, mientras que el resto al escoger ni de acuerdo ni en desacuerdo, reflejan que en ciertas ocasiones hacen uso de ellas.

Otro aspecto importante a considerar desde el punto de vista epistemológico de los conceptos matemáticos es la deducción de fórmulas, la siguiente incógnita se dirige en este sentido. **¿En el curso de Matemática Financiera el facilitador demostró o realizó la deducción de cada una de las fórmulas utilizadas?**

Sería importante que un docente de la asignatura de Matemática aclare las bases epistemológicas de un concepto matemático a abordar, y qué mejor que deducir las fórmulas que se vayan a utilizar.

**Tabla N° 8: Deducción de fórmulas.**

Fórmulas	
Estándares	Cantidad de egresados
Muy en desacuerdo	2
En desacuerdo	6
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	14
De acuerdo	20
Muy de acuerdo	6
Total	48

Fuente: Profesionales de las entidades bancarias.

Por medio de la tabla N°8 se puede interpretar que los docentes de Matemática Financiera, en su mayoría, están demostrando las fórmulas que utilizan en clase, ya que 26 de los encuestados manifestaron estar de acuerdo con la medida; lo cual contribuye al fortalecimiento conceptual del tema que se esté abordando.

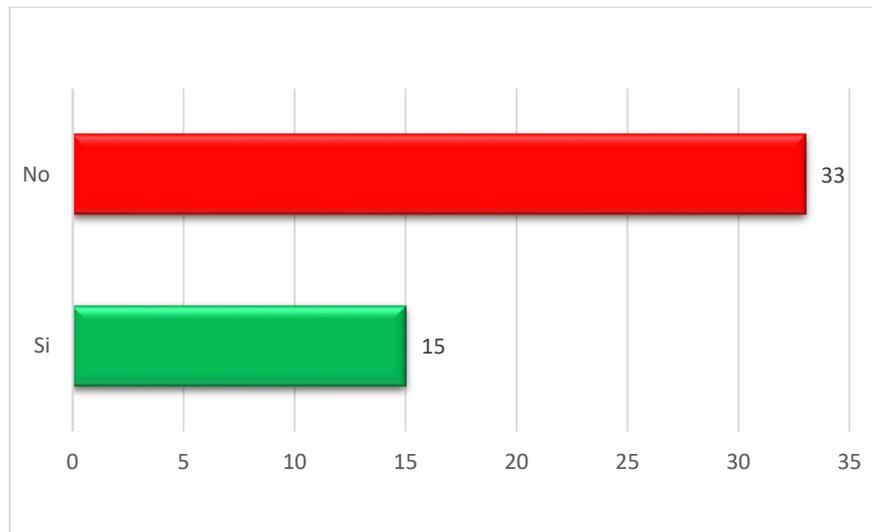
Por otro lado, el que 8 de ellos dijeran estar en desacuerdo refleja que, aunque en su mayoría los docentes demuestran las fórmulas, existen algunos contenidos que su deducción no se lleva a cabo.

Los que contestaron, ni de acuerdo ni en desacuerdo, que resultó ser 14 de los encuestados, muestra que no están familiarizados con la deducción o demostración de fórmulas matemáticas.

Por último, se les consultó lo siguiente: **¿En su formación de licenciado(a) tuvo acceso a algún tipo de software u ordenador para la aplicación de los contenidos de la Matemática financiera?**

El uso de la tecnología ha sido en los últimos años pieza clave en el desarrollo del proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática. De los 48 encuestados, 15 (31%) dijo haber tenido acceso a algún software para la enseñanza de la Matemática Financiera; por otro lado 33 (69%) de los cuestionados respondió que no, tal y como se muestra en la gráfica que continúa.

**Gráfica N° 9: Acceso a algún software en la licenciatura.**



Fuente: Profesionales de las entidades bancarias.

Es claro que la mayoría de los encuestados no tuvieron acceso a algún programa o software para la enseñanza de la Matemática Financiera, lo cual a juicio del investigador, debe ser un aspecto necesario para el desarrollo de sus funciones en su futuro desempeño laboral.

Los estudiantes, con respecto a la misma pregunta, contestaron de manera categórica, todos ellos afirmaron no manejar algún software matemático durante sus estudios de licenciatura.

Este grupo de estudiantes, que no tuvieron acceso a algún software para complementar los contenidos abordados, manifiesta que aún en la actualidad se prescinde de este recurso tan valioso. Sería interesante poder ver un programa que ejecute procesos matemáticos financieros y de esta forma brindar afianzar dichos conceptos.

El último objetivo específico es: **Presentar la propuesta final sobre la metodología de enseñanza del concepto de anualidades de la asignatura de Matemática Financiera.**

Para los tres escenarios se les elaboró la siguiente interrogante: **¿Qué cambios sugiere en cuanto a la enseñanza de la Matemática Financiera?** Los egresados contestaron de la siguiente manera:

El uso de la tecnología puede ser pieza clave en el desarrollo del proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática Financiera.

**Tabla N° 9: Cambios en la enseñanza de la Matemática Financiera.**

Cambios	
Estándares	Cantidad de egresados
No contestó	19
Metodología	13
Mundo laboral	16
Total	48

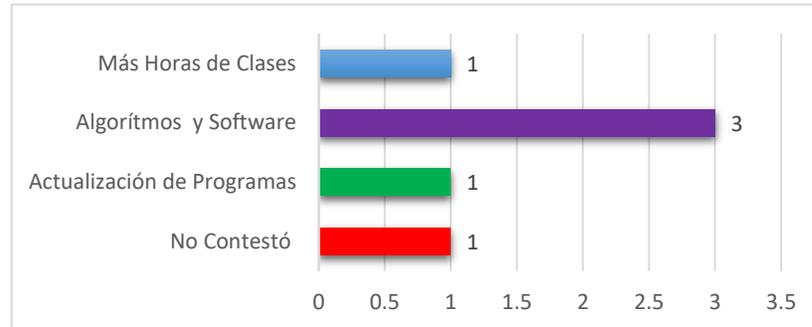
Fuente: Profesionales de las entidades bancarias

De los 48 participantes en este estudio, 19 (40%) se abstuvieron de contestar esta interrogante hacia un cambio en cuanto a la enseñanza de la Matemática Financiera; mientras que 13 (27%) sugirió una metodología diferente, donde los instrumentos tecnológicos son el principal instrumento, y por último 16 (33%) de los consultados recomendó una contextualización de los contenidos hacia el mundo laboral.

Es importante recalcar que a pesar de que el 40% de los encuestados no contestó; el complemento, o sea el 60%, hizo mucho énfasis en que se desea una Matemática Financiera actualizada con las nuevas tendencias tecnológicas; así como también una vinculación directa de los contenidos con la realidad que le espera en el mundo laboral.

Los docentes respondieron atendiendo a las siguientes categorías:

**Gráfica N° 10: Cambios en la enseñanza de la Matemática Financiera.**



Fuente: Docentes de la universidad estatal de Santiago de Veraguas

Un 50% de los docentes afirmó que se debe incluir el uso de software para que los estudiantes desarrollen habilidades tecnológicas, ya que en la realidad ellos deben conocerlas; ellos mismos complementaron su aportación con el estar a tono con los algoritmos y tablas que se usan en las entidades bancarias.

Por otro lado, un docente sugirió más horas de clases, seguidas de laboratorios para profundizar de mejor forma los aspectos teóricos; otro expresó que la actualización tanto de contenidos y programas en el sector de banca, empresas y finanzas es necesario, y uno no contestó.

Por último, de los 15 estudiantes de contabilidad encuestados sólo 5 respondieron esta pregunta, todos ellos o sea un 33.3% de los consultados coincidieron en que es necesario el uso de instrumentos tecnológicos, por ejemplo, los software como herramientas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática Financiera.

Se puede rescatar de esta última pregunta dos palabras: algoritmos y software, la primera relacionada con la resolución de problemas en este estudio de manera deductiva, y la segunda como instrumento para complementar el conocimiento matemático; dichas palabras son los pilares de la propuesta que se presenta a continuación.

#### **4.2 Factores que inciden en proceso de enseñanza aprendizaje de Matemática Financiera.**

Por medio del análisis de los resultados de ésta investigación se puede aportar algunos factores que de una manera u otra afectan a los 3 participantes estudiados (docentes, egresados y estudiantes) en sus respectivos escenarios (universidad y entidades financieras), ellos son:

Planes y programas de estudio: el sentido tradicionalista de contenidos matemáticos financieros afecta de manera directa o en mayor grado al docente que imparte dichos conceptos, pues es tarea del docente ofrecer los conceptos que aparecen en los planes y programas de estudio.

Contenidos como lo son bonos y pagos parciales, que forman parte del currículo actual de la asignatura de Matemática Financiera según se muestra en la gráfica N°4, son temas de poco ejercicio al momento de la labor profesional de los egresados.

Habilidades: si los profesionales de las entidades financieras no cumplen con las habilidades que se requieren para su desempeño profesional se verán afectados de manera directa en su labor diaria.

El hecho de que el profesional se enfrente con obstáculos que dinamizan su labor diaria, es un referente para analizar que sus realidades laborales no son las indicadas o suficientes para llevar a cabo las tareas cotidianas. Este estudio arrojó un diagnóstico poco aceptable, donde 23 de los 48 egresados consultados (48%) mostraron un grado de aceptación respecto a sus estándares de desempeño profesional (ver gráfica N°1).

Metodologías: los estudiantes de las carreras del comercio se ven muy afectados si las metodologías de enseñanzas no cumplen con las pautas que rigen un currículo de la asignatura de Matemática Financiera. Es importante recalcar que en este estudio los estudiantes encuestados a nivel de licenciatura mostraron una aprobación del 80% (ver gráfica N°5).

## CONCLUSIONES

Se presentan a continuación las principales conclusiones derivadas de este estudio:

1. En total son seis las licenciaturas que poseen en su plan de estudio la asignatura de Matemática Financiera; donde, los contenidos se repiten con mucha frecuencia, reflejando cierta similitud entre ellos; aunque hay que tener presente que la dosificación de los contenidos depende de cada profesor (Cuadro N°1).
2. Todos los contenidos que forman parte de la denominada Matemática Financiera Clásica son conceptos que siguen vigentes en los planes y programas de estudios de las distintas licenciaturas del área del comercio (P. Marrone, comunicación personal, 12 de agosto de 2016).
3. Los contenidos tratados en la asignatura de Matemática Financiera son un aspecto de alto valor y cuando cubre las habilidades necesarias fijan su validez en el aspecto social y en el currículo universitario (Tabla N°4).
4. Los temas de anualidades, interés simple y compuesto, descuento simple; son los contenidos con mayor apremio en la formación de los licenciados del comercio, esto refleja la relevancia que tienen y lo importante que es plantear alguno usando una nueva metodología de enseñanza, por ejemplo, en el concepto anualidades (Tabla N°5).
5. Existe una estrecha vinculación de los instrumentos tecnológicos con el quehacer de los miembros de una entidad bancaria, lo que indica su gran valor en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática Financiera (Tabla N°7).

6. La enseñanza de la Matemática Financiera no debe de ser vista como un proceso tradicional, donde el uso de una sola herramienta es la única forma de transmisión de conocimiento, pues se hace necesario la inclusión de novedosos instrumentos de la tecnología para la enseñanza de esta disciplina (Gráfica N°7).

7. Sería importante que un docente de la asignatura de Matemática aclare las bases epistemológicas de un concepto matemático a abordar, y qué mejor que deducir las fórmulas que se vayan a utilizar (Tabla N°8).

8. El uso de la tecnología puede ser pieza clave en el desarrollo del proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática Financiera (Gráfica N°9).

9. Hoy en día se ve con claridad la necesidad de que las personas conozcan los artilugios que implican los cálculos que se les ofrecen a la hora de requerir productos de los bancos, es por ello que Herramientas Financieras v.3 ofrece de manera sencilla y al alcance de todos, formas de conocer las utilidades y bondades de la Matemática Financiera (Figura N°21).

10. La enseñanza de la asignatura de Matemática Financiera debe partir del fundamento epistemológico del concepto y luego reforzarlo con el uso algún software por ejemplo Herramientas Financieras v.3. (Gráfica N°10).

## LIMITACIONES Y RECOMENDACIONES

Se presentan las limitaciones de la investigación:

- La disponibilidad de los bancos de la localidad fue un factor que retrasó la toma de la muestra por parte de los colaboradores de las entidades bancarias, pues fue necesario seguir un protocolo y restricción para algunos.
- El hecho de que los docentes de la universidad estatal del distrito de Santiago de Veraguas tengan horarios tanto diurnos, como nocturnos hizo complicado el contactarlos para llenar las encuestas asignadas a ellos.
- En un banco de la localidad, del cual se reserva su identidad, no fue posible aplicar la encuesta, esto debido a que el gerente de la sucursal les tiene prohibido realizar este tipo de actividad.
- En una de las interrogantes se les consultaba a los encuestados el nombre de algún software el cual ellos utilizaran en su diario acontecer, aunque la respuesta fue positiva en cuanto al uso de ésta herramienta tecnológica, no fue posible conocer el nombre de alguna, pues los colaboradores tienen prohibido dar ese tipo de información.

Las recomendaciones que sugiere ésta investigación son las siguientes:

- Se recomienda que los contenidos de la asignatura de Matemática Financiera sean revisados, pues existe una Matemática Financiera Contemporánea con temas como futuros y opciones que podrían formar parte del currículo de esta materia.
- Se sugiere hacer el mismo estudio con otra muestra que permita realizar una comparación, de tal suerte que se puedan observar los tres participantes en otras unidades de tiempo.

- Se propone a la universidad estatal del distrito de Santiago de Veraguas, tome en consideración la metodología que se desarrolla en esta investigación y la incorpore en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática Financiera.
  
- Se exhorta capacitaciones a docentes en cuanto al manejo del software Herramientas Financiera V.3 de tal modo que el uso de este recurso afiance el conocimiento matemático.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- ACHING, C., (2006). Matemática Financiera para la toma de decisiones empresariales. Editorial Serie Mypes. Edición 5ª.
- AGUIRRE, C., (2015). Modelo Curricular de Educación Financiera para Sexto y Séptimo. Universidad Nacional de Colombia.
- ARTIGUE, M., DOUDADY, R., MORENO, L. y GÓMEZ, P., (1995). Ingeniería Didáctica en educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Grupo Editorial Iberoamericana. Impreso en México.
- ÁVILA B., H. L. (2010) Introducción a la Metodología de la Investigación. España. Editorial: edumed.net.
- AYRES, F. (1997) Matemáticas Financieras. Editorial Mc Graw-Hill. Impreso en Colombia.
- BADOS, A. y GARCÍA, E. (2014). Resolución de Problemas. Universidad de Barcelona, España.
- BARTOLOMÉ, A., (2004). Blended Learning. Conceptos Básicos. Revista de Medios y Educación, 7-20.
- BERNAL, C. A. (2010) Metodología de la investigación. Edición 3ª, México: Editorial Pearson.
- BLANCO, G., y ADRIAN G. (2000). Duración: concepto de la Matemática Financiera. Facultad de Ciencias Económicas y Sociales, U.N.M.D.P. 117-126.
- CANO, J. (2012). Valuación de opciones financieras mediante la teoría de la dualidad de la programación lineal. Miscelánea Matemática. 99-120.
- DELGADILLO, C. (2005). Taller de Diseño de Propuestas de Enseñanza. Profesorado a Nivel Primario. Secretaria de Educación. Buenos Aires.

- DEVOTO, R. y NÚÑEZ, M. (2001). Matemáticas Financieras: Un Enfoque para toma de Decisiones. Universidad de Valparaíso. Impreso en Chile.
- ESCALANTE, S. (2015): Método de Polya en la Resolución de Problemas Matemáticos. Universidad Rafael Landívar. México.
- GARCÍA, M., LUQUE, E., y RODRÍGUEZ, B., (2011). La enseñanza de las Matemáticas Financieras. Número 4, 113-116.
- GARCÍA, A., NAVARRO, R. y ESCALERA, M., (2011). Variables asociadas con el uso de las TIC como estrategia didáctica en el proceso enseñanza - aprendizaje de la Matemática Financiera. Una experiencia desde el aula de clase mejora. Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa. Volumen 4, Número 2.
- GARCÍA, A., NAVARRO, R. y ESCALERA, M., (2010). La enseñanza de la Matemática Financiera: Un modelo didáctico mediado por las TIC. Impreso en México.
- GILSANZ, M. y VADILLO, F. M. (2007). Sobre la Matemática Financiera. Revista Sigma, 229-239.
- HERNÁNDEZ S., FERNÁNDEZ, C., y BAPTISTA L., (2006): Metodología de la Investigación. McGraw Hill, México. Edición 4ª.
- IZURA, T., y MONTESINO, B., (2010): Un concepto explicativo de la realidad laboral: Trabajo Docente. Revista electrónica de Investigación y Docencia, 131-145.
- KISBYE, P. y LEVSTEIN, F., (2010). Todo lo que usted quiere saber sobre Matemática Financiera, pero se anima a preguntar. Impreso en Anselmo L. Morvillo S.A., Buenos Aires, Argentina.
- MARTÍNEZ, E. y ZEA, E. (2004). Estrategias de Enseñanza Basada en el Enfoque Constructivista. Revista Ciencias de la Educación. Volumen 2, Número 24. Valencia, España, 69-90.

- MARTÍNEZ, D., (2007). Blended Learning: Modelo virtual-presencial de aprendizaje y su aplicación en entornos educativos. Universidad de Alicante.
- MAURETTE M. (2006). Modelos Matemáticos para la Valuación de Derivados Financieros. Universidad de Buenos Aires.
- MERINO, M. y VADILLO, F. (2007). Matemática Financiera con MATLAB®. Revista de Métodos cuánticos para la economía y la empresa, 35-55.
- MORENO, T. (2010). El currículo por competencia en la universidad: más ruido que nueces. Revista de la educación superior, Volumen 34, Número 154, 77-90.
- PÉREZ, J. (2012). Competencias Laborales: Remozamiento del concepto, métodos para valuarlas, medirlas y caracterizar a las personas. Revista Avanzada Científica, Volumen 15, Número 1, Guantánamo, Cuba.
- PÉREZ, Y. y RAMÍREZ R., (2011). Estrategia de Enseñanza de la resolución de problemas de matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. Revista de Investigación, Volumen 35, Argentina.
- PORTUS, L., (1997). Matemáticas Financieras. Editorial Mc Graw-Hill. Impreso en Bogotá. Colombia. Edición 4ª.
- RAMÍREZ, C., GARCÍA, M., PANTOJA, C., y ZAMBRANO, A. (2009). Fundamentos de Matemáticas Financieras. Editorial Universidad de Cartagena. Colombia.
- ROJAS, A. (2010). Didáctica crítica de la Matemática Financiera. Revista universitaria de investigación, Volumen 11, Número 2, 113-132.
- RUÍZ, Á., (2003). Historia y Filosofía de las Matemáticas.
- SÁNCHEZ, A., (2010). El primer Teorema Fundamental para la Valuación de Activos (Teorema Fundamental de las Finanzas). Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Iztapalapa.

SPIEGEL, M. y STEPHENS, L. (2009). Estadística. Mc Graw-Hill, México.  
Edición 4ª.

VALENZUELA, M., (1995). Matemáticas Financieras, un enfoque conceptual y operativo. Universidad de Sonora, México.

VALERA, R. (2013). Herramientas Financieras. Universidad de Piura, Edición 3ª. Impreso en Perú.

## ANEXOS

<b>Anexo N° 1:</b> Propuesta para la enseñanza del concepto de Anualidades.....	75
<b>Anexo N° 2:</b> Cuestionario a docentes sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática Financiera.....	129
<b>Anexo N° 3:</b> Cuestionario a Colaboradores de las entidades bancarias.....	131
<b>Anexo N° 4:</b> Cuestionario a estudiantes de la licenciatura en contabilidad.....	134
<b>Anexo N° 5:</b> Notas de revision de la Licenciada en Español.....	137
<b>Anexo N° 6:</b> Evaluación para la tesis de la Licenciada en Español.....	140
<b>Anexo N° 7:</b> Nota de visto bueno de la asesora de contenido.....	141

## **Anexo N° 1: Propuesta para la enseñanza del concepto de Anualidades.**

En algunas ocasiones quizás se ha encontrado con esta interrogante: ¿Cuál será su estado financiero al momento de jubilarse? o ¿Cuál será el valor de una deuda que haya contraído? Precisamente el concepto de anualidad da respuesta a estas preguntas y ofrece al futuro licenciado del ámbito del comercio herramientas matemáticas para su desempeño a nivel profesional.

### **Introducción.**

En esta sección, se plantea una propuesta acerca del concepto de anualidad y su metodología al momento de ser enseñado a los futuros licenciados; donde se combina el uso de la tecnología con el carácter epistemológico como base del conocimiento. Estos juicios son fundamentados en el hecho de que los consultados mostraron interés en basar la enseñanza de la Matemática Financiera en un enfoque tecnológico y con un alto grado de profundización de los contenidos. Es por ello que se ha decidido tomar el tema de anualidades para dicho propósito.

### **Sustento de la propuesta.**

El estudio que se presenta promueve una intervención que se considera, podría fortalecer la enseñanza del concepto de anualidades, así como también una simpatía por la Matemática y concretamente en la Matemática Financiera mediante la innovación educativa con el uso de Excel por medio del instrumento Herramientas Financieras v.3.

Es muy importante reconocer la necesidad de incluir en el currículo de cualquier universidad el uso de las **TIC's**, ya que como es de conocimiento de todos, su aplicación ha transformado las prácticas educativas, es así que los docentes se han visto en la necesidad de capacitarse permanentemente para conseguir las habilidades necesarias, para lograr estar acorde con los avances de la era digital, y el uso de la herramienta Excel; y con esto lograr enriquecer el proceso enseñanza - aprendizaje de la Matemática Financiera.

Al momento de enseñar Matemática no se debe olvidar el uso del **razonamiento deductivo**. Es claro que no se pretende ni se quiere tampoco un desarrollo conceptual axiomático, con un grado alto de rigurosidad. Sin embargo, el proceso de razonar, específicamente al momento de la deducción de fórmulas; propicia una profundización de los contenidos en Matemática Financiera.

Por otro lado, la **resolución de problemas** es otra de las teorías inmersas en esta investigación, ella constituye una de las etapas educativas que se relaciona directamente con la enseñanza de la Matemática Financiera. Las rutinas o fases que en ella se ven involucradas propician una enseñanza de esta disciplina en pro del desarrollo del sentido reflexivo y crítico de los alumnos.

En última instancia, también se puede mencionar el uso del **blended learning** como metodología de enseñanza de la Matemática Financiera combinando el aspecto presencial con el virtual, elaborando un blog respecto al concepto anualidades, el cual debe ser monitoreado por el docente.

**Figura N° 2: Blog de anualidades, 2018.**



Fuente: El autor.

Nota: Tomado de J. Ortega, 2018. Profejosseth.blogspot.com.

### **Aspecto histórico del concepto de anualidades.**

El fundamento en el cual se cimienta la Matemáticas Financiera es el concepto de interés. La historia de las tasas de interés (precio del dinero) se encuentra estrechamente vinculadas a la historia del propio dinero y de los bancos.

En la antigüedad, los intereses no estaban reglamentados como ahora, tampoco existía un banquero central, pero si existía una banca comercial y los préstamos a interés, que muchas veces dejaban al pobre adeudado y a su familia sumiéndose en la esclavitud.

El interés, en un primer momento era calificado como un hecho común y corriente, nada reprochable. Antes de la caída del Imperio Romano y con la llegada del cristianismo, Justiniano, uno de sus últimos emperadores, tratando de cambiar algunas costumbres y hábitos comenzó a regular la práctica de los préstamos a interés; cuidando que no hubiese excesos.

Es por ello que el concepto de anualidad, estrechamente relacionado con el interés, presenta los mismos inicios durante el Imperio Romano, y surge de la idea de tener que pagar una cuota de ingresos para un individuo o familia. El vocablo latino "annua" que significaba los salarios o estipendios anuales durante el tiempo que duraba el reinado de los emperadores; posteriormente la palabra tomó el nombre de contrato de pagos anuales.

Se conoce al especulador romano Cneo Domicio y al jurista Annio Ulpianis como los primeros distribuidores de anualidades, y también se le otorga la creación de la primera tabla de vida actuarial; ejemplo de ello eran las rentas que se les pagaban a los soldados romanos como una forma de compensación por servicio militar.

En la Edad Media las anualidades fueron usadas por los reyes y los señores feudales para resguardar costos de las constantes guerras y batallas de la época. Además, para proveer sustento a las familias reales europeas y financiar las expediciones del descubrimiento y conquista del Nuevo Mundo.

En Norte América, por el año 1979 surgen las primeras anualidades, relacionadas al retiro de los pastores de iglesias en Pennsylvania y financiadas con las ofrendas de cada congregación.

En 1812 se dieron las primeras anualidades comercialmente disponibles para personas en los Estados Unidos, a través de una compañía de seguros de vida de Pennsylvania. La gran depresión y caída de los mercados bursátiles en el 1929 marcó el comienzo de un extraordinario período de crecimiento para las anualidades, ya que el público inversor buscaba primordialmente instrumentos conservadores y de bajo riesgo para proteger sus ahorros.

En Matemática Financiera, el término anualidad se usa para mostrar un sistema previamente establecido de pagos de fijos a intervalos iguales. La palabra anualidad se utiliza por costumbre desde sus orígenes.

Se puede decir que las anualidades son los dividendos que se arrojan sobre acciones, los fondos de amortización, los pagos a plazos, los pagos a las compañías de seguros, los sueldos y cualquier tipo de rentas. De hecho, la palabra anualidad puede cambiarse por rentas.

### **Diseño de la propuesta de enseñanza del concepto de anualidades.**

Lo que se presenta por medio de esta propuesta es la integración en la enseñanza del concepto de anualidades, tanto el enfoque demostrativo-deductivo, así como el tecnológico; en la asignatura de Matemática Financiera para los futuros licenciados del comercio. Este concepto se aborda de acuerdo a la cronología de los temas, posterior a los conceptos de interés simple e interés compuesto para una mejor comprensión y enlace de las ideas previas con las que vienen.

### **Descripción de la propuesta.**

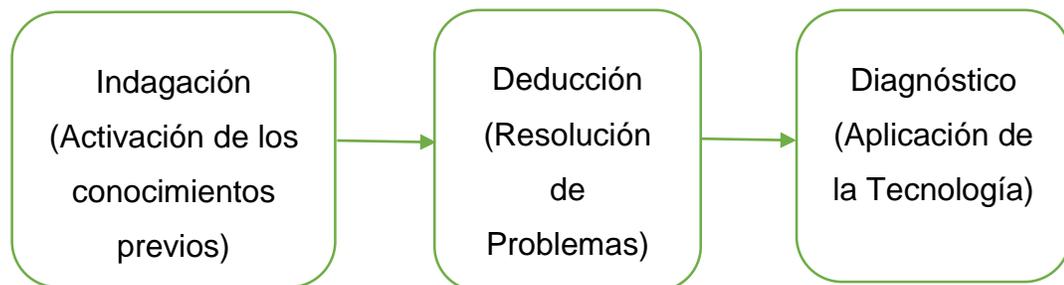
La propuesta pretende una conexión del fundamento, las bases de la teoría de anualidades, con el uso de la tecnología por medio de Herramienta Financiera v.3 de Excel. A partir de esto, se le ofrece al estudiante de la licenciatura los primeros conceptos para la deducción de fórmulas, para así lograr una mejor profundización en los contenidos, de igual forma, se busca hacer una actualización en los métodos para el cálculo de las anualidades a través del uso de algún software matemático.

Por otro lado, la evolución que se ha presentado en los diversos ámbitos de la sociedad, así como los avances tecnológicos, son algunas de las causas que dan el soporte al implemento de cambios en los métodos de enseñanza.

Basándose en estas dos últimas afirmaciones, es necesario afrontar ambas realidades en un salón de clases de licenciatura, y específicamente para este estudio; durante la asignatura de Matemática Financiera, partiendo del fundamento epistemológico del concepto, así como también el uso del Excel para cálculos, en este sentido: financieros.

### **Estructura general.**

**Figura N° 3: Organización de la propuesta.**



Fuente: El autor.

### **Fundamento epistemológico del concepto de anualidades.**

Si un negocio cualquiera necesitara adquirir una determinada herramienta de trabajo, cuenta con dos posibles opciones. La primera consiste en esperar a ahorrar el dinero para comprarla y la segunda sería conseguir la herramienta de inmediato (endeudarse); y luego pagarla por parte. La desventaja de tomar la primera opción es que sería necesario suspender las actividades de determinada herramienta o minimizar la producción de la misma.

La mayoría de las empresas formales prestan un servicio a individuos, los cuales tienen sueldos fijos, con períodos de pago ya sea mensuales, quincenales o semanales. Es aquí donde surge la necesidad de un plan financiero que permita la adquisición de un bien o servicio para ser cancelado por medio de pagos iguales periódicos, este sistema es conocido como anualidades.

***“Una anualidad es una serie de pagos periódicos iguales a intervalos de tiempo. Ejemplos de anualidades: primas anuales, rentas, abonos semanales, etc. “***

Para un mejor estudio de las anualidades, hay que considerar la definición de los siguientes términos:

- Renta: es un pago periódico que se realiza de manera igual y constante. A la renta también se le conoce con el nombre de cuota o depósito. Cualquiera de estos términos pueden ser usados en lugar de anualidad.
- Período de renta: se refiere al tiempo que transcurre entre dos pagos periódicos consecutivos o sucesivos. Dicho período puede ser anual, semestral, mensual, semanal, etc.
- Plazo de la anualidad: es el intervalo que transcurre entre el comienzo del primer período de pago y el final del último.
- Tasa de una anualidad: es el tipo de interés fijado o estipulado para la anualidad, el cual puede ser nominal o efectiva.
- Renta anual: es la suma de todos los pagos realizados en un año.

Por otro lado, es necesario cumplir con ciertas condiciones para que una anualidad pueda existir, por ejemplo:

- Las rentas o pagos, todos deben ser de igual cantidad.
- La totalidad de los pagos en un tiempo determinado deben ser periódicos.
- La anualidad debe tener un valor presente y un valor futuro equivalente.
- La cantidad de períodos deben ser igual al número de pagos.

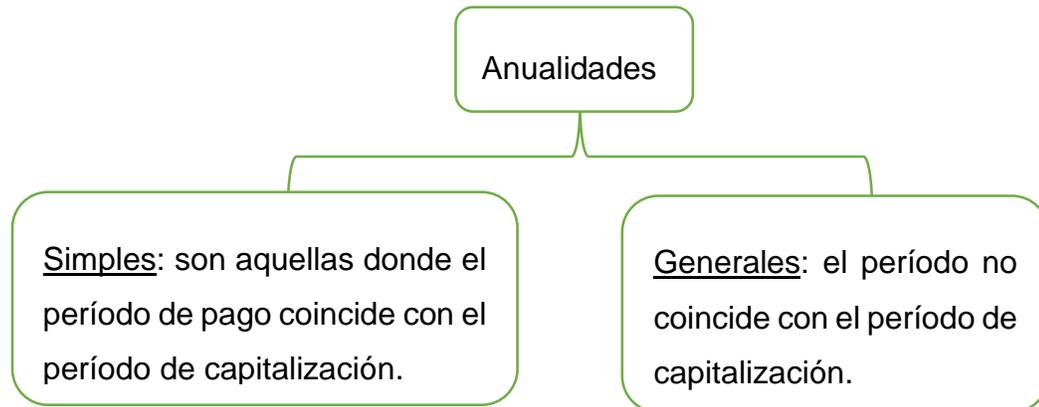
Es claro que los consumidores de bienes y servicios solicitan que sus formas de pago sean menores a sus ingresos, de hecho, por ley debe ser así, estos abonos deben coincidir con los días de cobro; es por ello que surgen diversos modos de pago, generando de esta manera distintas formas de anualidades.

### **Clasificación de las anualidades.**

Existen factores financieros que afectan las anualidades y sus formas de pago, por tal razón se establecen distintos tipos de anualidades.

Tomando en cuenta la tasa de interés las anualidades se clasifican a continuación.

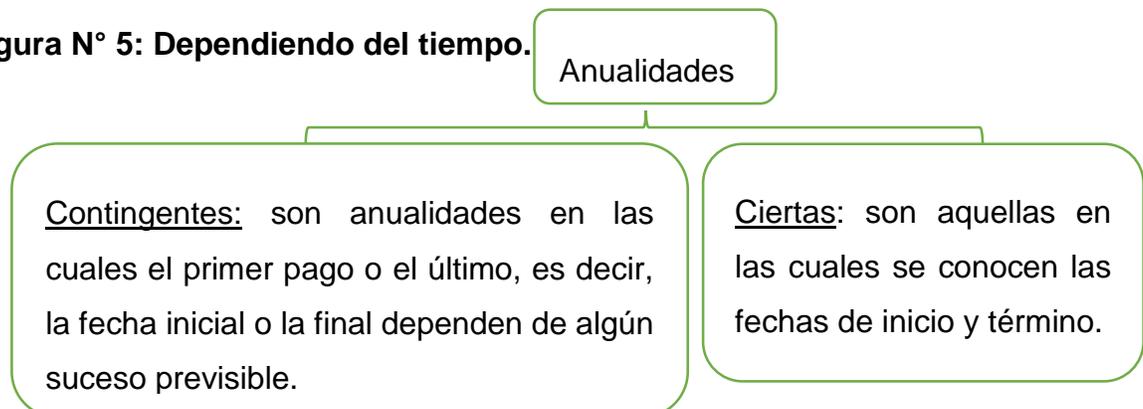
**Figura N° 4: Dependiendo de cómo es la tasa de interés.**



Fuente: El autor.

Por otro lado, si las anualidades dependen del tiempo se clasifican de la siguiente manera.

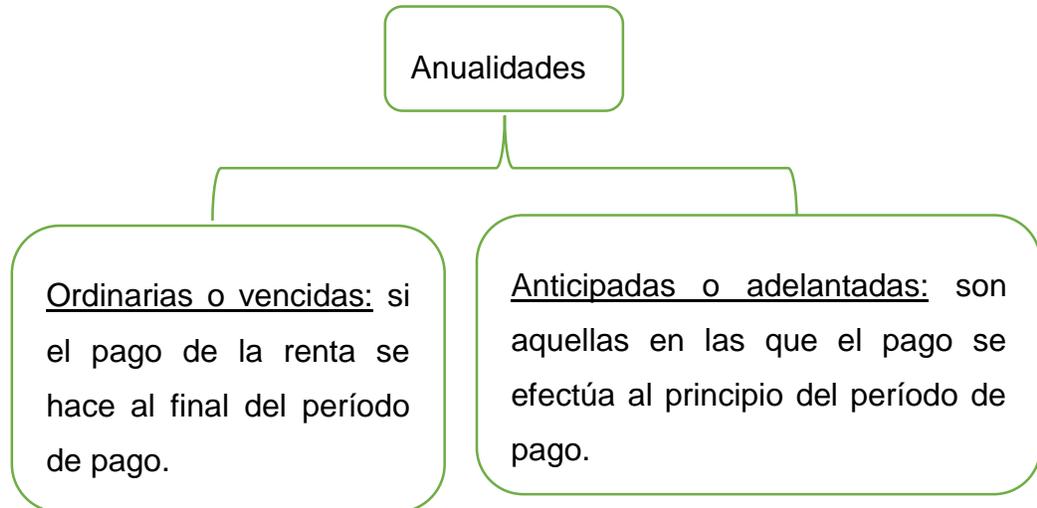
**Figura N° 5: Dependiendo del tiempo.**



Fuente: El autor.

La forma en la que se realizan los pagos determina dos tipos de anualidades.

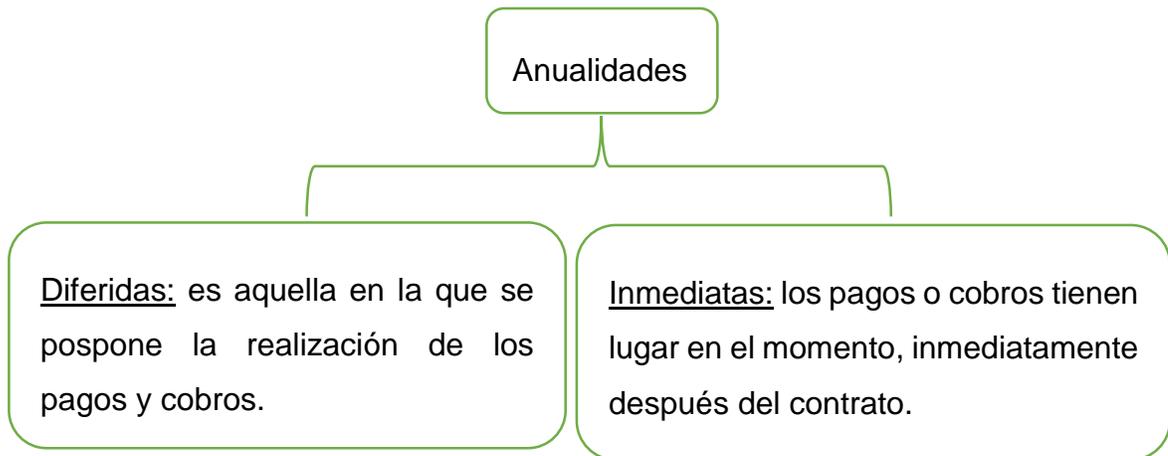
**Figura N° 6: De acuerdo a la forma de pago.**



Fuente: El autor.

Si el inicio de los pagos o cobros se realizan de manera inmediata o se posponen, determinan dos tipos de anualidades.

**Figura N° 7: De acuerdo al momento en que se inicia.**



Fuente: El auto

### Anualidades vencidas.

Este tipo de anualidad es el caso más común, y consiste en realizar pagos de igual valor al final de cada período; en donde no hay un aplazamiento sobre alguno de los pagos; es decir, los flujos se relocalizan en el período inmediato a la firma del pagaré.

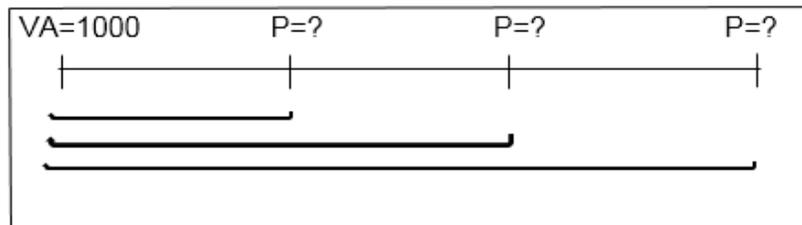
El siguiente ejemplo sirve de ilustración, el mismo se presenta por medio de una gráfica sobre las características de los pagos correspondientes.

**Ejemplo 5.1:** Cierta persona pide un préstamo de B/ 1 000,00 con una tasa del 30% capitalizable mensualmente, por decisión la persona solicita liquidar la deuda con tres pagos de igual cantidad al finalizar cada uno de los tres primeros meses de efectuado el contrato. ¿De cuánto es la cantidad de cada pago?

La representación gráfica del problema es el siguiente:

**Figura N° 8: Anualidades vencidas a través del valor actual.**

#### Fase de comprender el problema.



Fuente: El autor.

#### Fase de concepción y ejecución de un plan.

La tasa por cada período es  $i = \frac{0.30}{12} = 0.025$  y si cada pago realizado se lleva al inicio del contrato y se suman se tiene que:

$$P(1 + 0.025)^{-1} + P(1 + 0.025)^{-2} + P(1 + 0.025)^{-3}$$

Es claro que la suma anterior es igual al valor actual de la deuda; o sea:

$$1000 = P(1 + 0,025)^{-1} + P(1 + 0,025)^{-2} + P(1 + 0,025)^{-3} \dots\dots(1)$$

De donde se deduce el valor de P, de la siguiente manera.

$$1000 = P[(1 + 0,025)^{-1} + (1 + 0,025)^{-2} + (1 + 0,025)^{-3}]$$

$$P = \frac{1000}{(1 + 0,025)^{-1} + (1 + 0,025)^{-2} + (1 + 0,025)^{-3}} = 350,14$$

Lo que quiere decir que la persona va a pagar B/ 350,14 al final de los primeros tres meses.

### **Fase de examinar la solución obtenida.**

Es conveniente pensar una manera más cómoda y sencilla de obtener este valor, para tal efecto se parte de la ecuación (1)

$$1000 = P(1 + 0,025)^{-1} + P(1 + 0,025)^{-2} + P(1 + 0,025)^{-3}$$

Multiplicar ambos lados de la ecuación por  $(1 + 0,025)$ , de donde se obtiene:

$$1000(1 + 0,025) = P(1 + 0,025)^0 + P(1 + 0,025)^{-1} + P(1 + 0,025)^{-2}$$

$$1000(1 + 0,025) = P + P(1 + 0,025)^{-1} + P(1 + 0,025)^{-2}$$

Restando la ecuación (1), que viene siendo el valor actual en ambos lados, se tiene:

$$1000(1 + 0,025) - 1000 = P + P(1 + 0,025)^{-1} + P(1 + 0,025)^{-2} - [P(1 + 0,025)^{-1} + P(1 + 0,025)^{-2} + P(1 + 0,025)^{-3}]$$

De donde:

$$1000(1 + 0,025 - 1) = P - P(1 + 0,025)^{-3}$$

Así:

$$1000(0,025) = P[1 - (1 + 0,025)^{-3}]$$

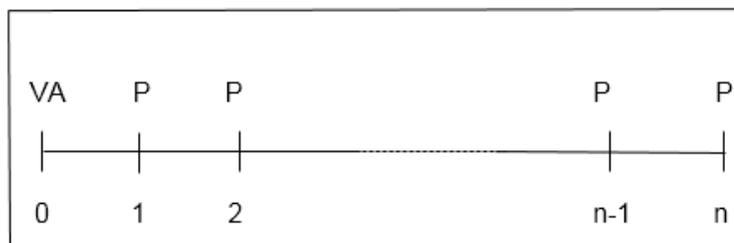
$$P = \frac{1000(0,025)}{[1 - (1 + 0,025)^{-3}]}$$

Este método en cierta forma hace más llevadero el cálculo de un determinado pago, tomando en cuenta el valor actual (VA), la tasa de interés, y el número de períodos de pago.

### Deducción de la fórmula de los parámetros de las anualidades vencidas.

El ejemplo anterior brinda ciertas nociones de lo que debe ser una fórmula para el cálculo del valor actual o presente de una anualidad vencida, localizada en un período previo a la fecha del primer pago, desde un punto de vista matemático se puede expresar como una suma de valores presentes de todos los flujos que contienen la serie.

**Figura N° 9: Anualidad vencida con n periodos a través del valor actual.**



Fuente: Tomado de M. Ayres 1997. Matemáticas Financieras.

Se considera como (P) al pago que se efectúa de manera periódica mediante (n) pagos iguales y (VA) el valor actual de la deuda, de donde se tiene que:

$$VA = P(1 + i)^{-1} + P(1 + i)^{-2} + P(1 + i)^{-3} + \dots + P(1 + i)^{-n+1} + P(1 + i)^{-n} \dots (*)$$

Multiplicando ambos lados por  $(1 + i)$ , tiene:

$$VA(1 + i) = [P(1 + i)^{-1} + P(1 + i)^{-2} + P(1 + i)^{-3} + \dots + P(1 + i)^{-n+1} + P(1 + i)^{-n}](1 + i)$$

Luego:

$$VA(1 + i) = P(1 + i)^0 + P(1 + i)^{-1} + P(1 + i)^{-2} + \dots + P(1 + i)^{-n+2} + P(1 + i)^{-n+1} \dots (+)$$

Restando (+) de (\*), se obtiene:

$$VA - VA(1 + i) = P + P(1 + i)^{-n}$$

$$VA(i) = P[1 - (1 + i)^{-n}]$$

Por lo tanto:

$$VA = \frac{P[1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

$$VA = P \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] \dots (\aleph)$$

La deducción de la fórmula del pago o renta usando el valor actual de las anualidades vencidas es:

De la ecuación (ℵ), se puede fácilmente despejar el valor de P, o sea, a lo que haciendo cada pago.

$$P = \frac{VA(i)}{[1 - (1 + i)^{-n}]}$$

Por su parte la deducción de la fórmula del número de períodos usando el valor actual de las anualidades vencidas es:

Por otro lado, a partir de (ℵ), también se puede deducir el valor de n.

$$VA = P \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

$$\frac{VA}{P} = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}, \text{ dividiendo por } P.$$

$$\frac{VA(i)}{P} = 1 - (1 + i)^{-n}, \text{ multiplicando por } (i)$$

$$1 - \frac{VA(i)}{P} = (1 + i)^{-n}, \text{ multiplicando por } (-1) \text{ y sumando } (1)$$

$$\text{Log} \left( 1 - \frac{VA(i)}{P} \right) = \text{Log}(1 + i)^{-n}, \text{ aplicando logaritmo en ambos miembros.}$$

$$\text{Log} \left( 1 - \frac{VA(i)}{P} \right) = -n \text{Log}(1 + i), \text{ por propiedad de los logaritmos.}$$

$$-n = \frac{\text{Log}\left(1 - \frac{VA(i)}{P}\right)}{\text{Log}(1+i)}, \text{ dividiendo por } \text{Log}(1+i)$$

$$n = -\frac{\text{Log}\left(1 - \frac{VA(i)}{P}\right)}{\text{Log}(1+i)}, \text{ multiplicando por } (-1)$$

Aproximación a la tasa de interés, usando el valor actual de las anualidades vencidas es:

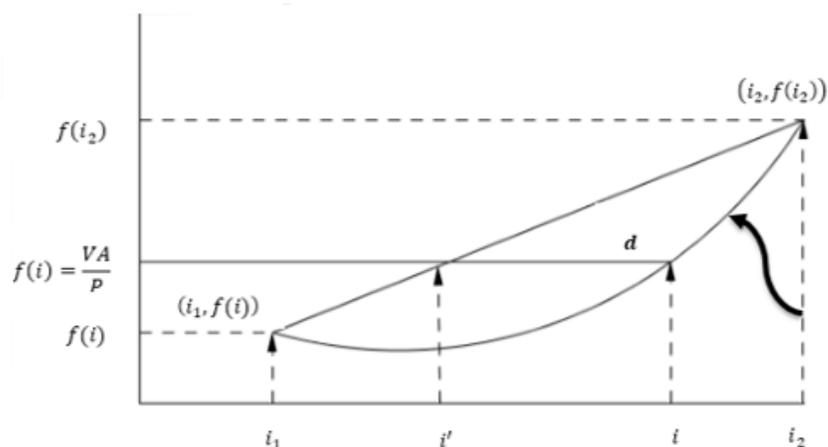
De las cuatro (4) variables involucradas en la fórmula, hace falta despejar el valor de ( $i$ ), lo cual resulta imposible, es por ello que se hará una aproximación por medio de una función no lineal, a una recta.

De la fórmula del valor actual o sea de ( $\mathfrak{N}$ ), se obtiene  $f(i)$  que es la representación, la función no lineal que será aproximada:

$$VA = P \left[ \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$\frac{VA}{P} = \left[ \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] = f(i)$$

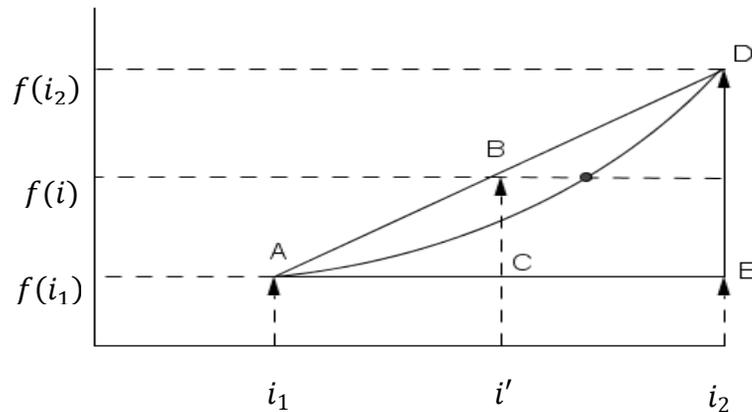
**Gráfica N° 11: Aproximación de  $i$  por medio del valor actual de una anualidad vencida.**



Fuente: Tomado de M. Valenzuela 1995. Matemáticas Financieras, un enfoque conceptual y operativo.

Se puede observar que los valores  $i_1$  e  $i_2$  dan como resultado una recta, que al ir tomando valores cercanos a  $i$ , se reduce a una distancia  $d$ , lo que indica que  $i'$  se aproxima a  $i$ . El valor más cerca a  $i$  se encuentra con la ayuda de la siguiente gráfica, por medio de la proporción de los triángulos ABC y ADE.

**Gráfica N° 12: Proporción de triángulos para aproximar el valor de  $i$ , por medio del valor actual de una anualidad vencida.**



Fuente: Tomado de M. Valenzuela 1995. Matemáticas Financieras, un enfoque conceptual y operativo.

$$\frac{f(i) - f(i_1)}{f(i_2) - f(i_1)} = \frac{i' - i_1}{i_2 - i_1}$$

Todos los valores que intervienen en la proporción, menos  $i'$  están determinados, luego la aproximación para  $i$  es:

$$i \cong i' = \frac{f(i) - f(i_1)}{f(i_2) - f(i_1)} (i_2 - i_1) + i_1$$

Donde:

$$f(i_1) = \frac{1 - (1 + i_1)^{-n}}{i_1}$$

$$f(i_2) = \frac{1 - (1 + i_2)^{-n}}{i_2}$$

$$f(i) = \frac{VA}{P}$$

Los valores  $i_1$  e  $i_2$  son muy cercanos tales que:

$$f(i_1) < f(i) < f(i_2), f(i) = \frac{VA}{P}.$$

**Ejemplo 5.2:** Un cliente quiere depositar hoy en un banco que paga el 4% mensual de interés, el dinero necesario para cumplir con el pago de 4 meses de renta a razón B/ 500, 00 mensuales. ¿Cuánto tendría que depositar?

**Solución:** Datos:  $n = 4$ ,  $P = 500$ ,  $i = 0,04$ ,

luego por (X) se tiene:

$$VA = P \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] = 500 \left[ \frac{1 - (1 + 0,04)^{-4}}{0,04} \right]$$

$$VA = 1\ 814,95.$$

Por lo tanto, el cliente debe depositar B/ 1 814,95 para recibir durante meses el valor de B/ 500, 00.

**Ejemplo 5.3:** ¿Cuál será la cuota constante a pagar por un préstamo bancario de B/ 8 000 reembolsables en 4 cuotas cada fin de mes? Si el Banco cobra una tasa del 36% capitalizable mensualmente.

**Solución:**

Datos:  $VA = 8\ 000$

$$n = 4$$

$$i = 36\% \text{ capitalizable mensualmente, entonces } \frac{0,36}{12} = 0,03$$

De la forma del cálculo de los pagos se tiene:

$$P = \frac{VA(i)}{[1 - (1+i)^{-n}]} = \frac{8\ 000(0,03)}{[1 - (1+0,03)^{-4}]} = 2\ 152,22$$

Por lo tanto, la cuota que debe pagar es B/ 2152, 22.

**Ejemplo 5.4:** Basándose en el ejemplo 1, encontrar:

- a) El número de períodos de pago ( $n$ )
- b) La tasa ( $i$ )

**Solución:**

Datos:

- a)  $VA = 1000$ ,  $i = 0,025$   $P = 350,14$ , luego

$$n = -\frac{\text{Log}\left(1 - \frac{1000(0,025)}{350,14}\right)}{\text{Log}(1 + 0,025)} = 2,999$$

Por lo tanto, el número de períodos de pago son  $n = 3$ .

Datos:

- b)  $VA = 1000$ ,  $n = 3$ ,  $P = 350,14$  entonces:

$$f(i) = \frac{VA}{P} = \frac{1000}{350,14} = 2,8560$$

$$i \cong i' = \frac{f(i) - f(i_1)}{f(i_2) - f(i_1)}(i_2 - i_1) + i_1$$

$$i_2 = 0,024$$

$$i_1 = 0,026$$

$$f(i_2) = \frac{1 - (1 + 0,024)^{-3}}{0,024} = 2,8616$$

$$f(i_1) = \frac{1 - (1 + 0,026)^{-3}}{0,026} = 2,8505$$

Como:

$$2,8505 < 2,8560 < 2,8616$$

$$f(i_1) < f(i) < f(i_2)$$

$$i' = \left[ \frac{2,8560 - 2,8505}{2,8616 - 2,8505} \right] (0,024 - 0,026) + 0,026$$

$$i' = 0,02500 \cong 0,025 = i$$

Por lo tanto la tasa de interés es de  $i = 0,025$ .

Al igual que el cálculo del valor actual de una anualidad vencida, también es común obtener los pagos por medio del monto o valor futuro (VF), dicho de otra manera, de qué valor serán los pagos para tener una cierta cantidad en un período y tasa determinada.

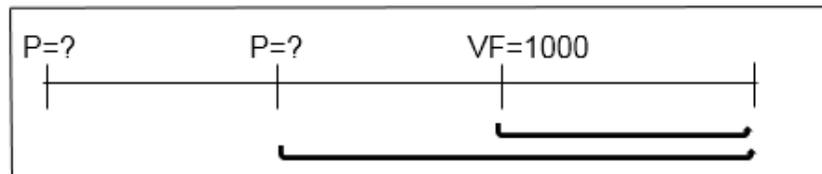
El ejemplo cinco (5.5) ayuda a establecer este tipo de pagos.

**Ejemplo 5.5:** Al cabo de tres meses se desea tener en una cuenta en determinado banco la suma de B/ 1 000, 00. ¿De cuánto es la cantidad de cada pago, si estos se efectúan al final de cada mes y si en el banco se maneja un interés del 30% capitalizable mensualmente?

La representación gráfica del problema es el siguiente:

**Fase de comprender el problema.**

**Figura N° 10: Cálculo de pagos al final de cada mes.**



Fuente: El autor.

### Fase de concepción y ejecución de un plan.

La tasa por cada período es  $i = \frac{0,30}{12} = 0,025$  y si cada pago realizado se lleva al final del contrato y se suman se tiene que:

$$P(1 + 0,025)^2 + P(1 + 0,025)^1 + P$$

Es claro que la suma anterior es igual al valor futuro de la deuda; o sea:

$$1000 = P(1 + 0,025)^2 + P(1 + 0,025)^1 + P \dots\dots(2)$$

De donde se deduce el valor de P, de la siguiente manera:

$$1000 = P[(1 + 0,025)^2 + (1 + 0,025)^1 + 1]$$

$$P = \frac{1000}{(1 + 0,025)^2 + (1 + 0,025)^1 + 1} = 325,14$$

Lo que quiere decir que la persona va a pagar B/ 325,14, al final de los primeros tres meses.

### Fase de examinar la solución obtenida.

Es conveniente pensar una manera más cómoda y sencilla de obtener este valor, para tal efecto partamos de la ecuación (2) y se multiplica ambos lados por  $(1 + 0,025)$ ; de donde se obtiene:

$$1000(1 + 0,025) = P(1 + 0,025)^3 + P(1 + 0,025)^2 + P(1 + 0,025) \dots(3)$$

Restando (2) de (3) que viene siendo el valor actual en ambos lados se tiene:

$$1000(1 + 0,025) - 1000 = P(1 + 0,025)^3 + P(1 + 0,025)^2 + P(1 + 0,025)^1 - P(1 + 0,025)^2 - P(1 + 0,025)^1 - P$$

De donde:

$$1000(1 + 0,025 - 1) = P(1 + 0,025)^3 - P$$

Así:

$$1000(0,025) = P[1 - (1 + 0,025)^{-3}]$$

$$P = \frac{1000(0,025)}{[(1 + 0,025)^3 - 1]}$$

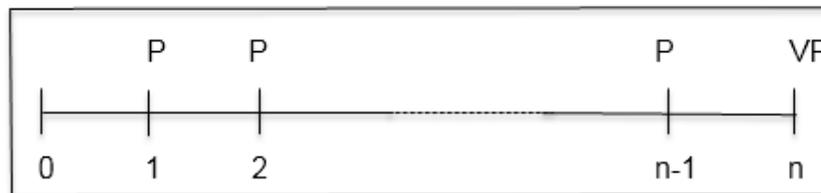
Este método hace más deductivo el cálculo de un determinado pago, tomando en cuenta el valor futuro (VF), la tasa de interés, y el número de períodos de pago.

La deducción de la fórmula de valor futuro de anualidades vencidas es otra de las aristas estudiadas.

El ejemplo (5.5), da algunas nociones de lo que debe ser una fórmula para el cálculo del valor futuro de una anualidad vencida, se procede de manera similar a la deducción del valor actual de una anualidad vencida.

El siguiente diagrama ilustra la anualidad vencida con n periodos:

**Figura N° 11: Anualidad vencida con n periodos a través del valor futuro.**



Fuente: Tomado de M. Ayres 1997. Matemáticas Financieras.

Se considera como (P) al pago que se efectúa de manera periódica mediante (n) pagos iguales y (VF) el valor futuro de la deuda, de donde se tiene que:

$$VF = P(1 + i)^{n-1} + P(1 + i)^{n-2} + P(1 + i)^{n-3} + \dots + P(1 + i)^{n-(n-1)} + P \dots (\alpha)$$

Multiplicando ambos lados por (1 + i), tiene:

$$VF(1 + i) = [P(1 + i)^{n-1} + P(1 + i)^{n-2} + P(1 + i)^{n-3} + \dots + P(1 + i)^{n-(n-1)} + P](1 + i)$$

Luego:

$$VF(1 + i) = P(1 + i)^n + P(1 + i)^{n-1} + P(1 + i)^{n-2} + \dots + P(1 + i)^2 + P(1 + i) \dots (\theta)$$

Restando (θ) de (α) en, se obtiene:

$$VF - VF(1 + i) = P(1 + i)^n - P$$

$$VF(i) = P[(1 + i)^n - 1]$$

Por la tanto:

$$VF = \frac{P[(1 + i)^n - 1]}{i}$$

$$VF = P \left[ \frac{[(1 + i)^n - 1]}{i} \right] \dots (\pi)$$

La deducción de la fórmula del pago o renta usando el valor futuro de las anualidades vencidas es:

De la ecuación ( $\pi$ ), se puede fácilmente despejar el valor de P, o sea, a lo que haciendo cada pago.

$$P = \frac{VF(i)}{(1 + i)^n - 1}$$

El número de períodos usando el valor futuro de las anualidades vencidas se deduce de la siguiente manera:

Por otro lado, a partir de ( $\pi$ ), también se puede deducir el valor de n.

$$VF = P \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

$$\frac{VF}{P} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}, \text{ dividiendo por P.}$$

$$\frac{VF(i)}{P} = (1 + i)^n - 1, \text{ multiplicando por (i)}$$

$$1 + \frac{VF(i)}{P} = (1 + i)^n, \text{ y sumando (1)}$$

$$\text{Log} \left( 1 + \frac{VF(i)}{P} \right) = \text{Log}(1 + i)^n, \text{ aplicando logaritmo en ambos miembros.}$$

$$\text{Log} \left( 1 + \frac{VF(i)}{P} \right) = n \text{Log}(1 + i), \text{ por propiedad de los logaritmos.}$$

$$n = \frac{\text{Log}\left(1 + \frac{VF(i)}{P}\right)}{\text{Log}(1+i)}, \text{ dividiendo por } \text{Log}(1+i)$$

La aproximación a la tasa de interés usando el valor futuro de las anualidades vencidas se da a continuación:

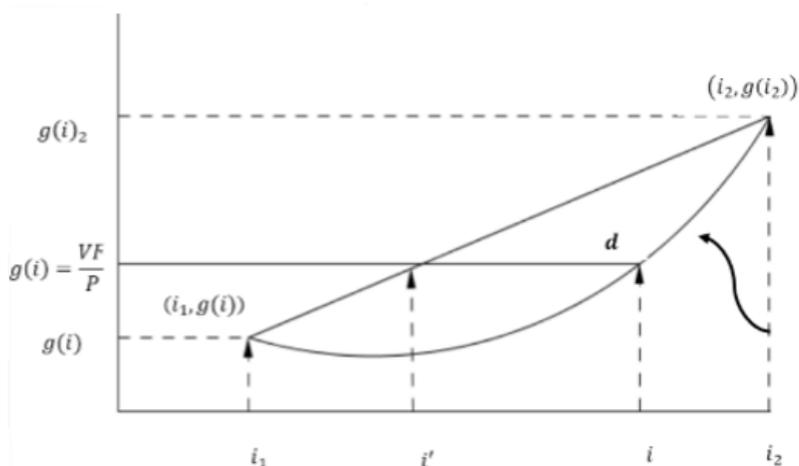
Las cuatro (4) variables involucradas en la fórmula, hace falta despejar el valor del interés ( $i$ ), lo cual resulta imposible, es por ello que se hará una aproximación por medio de una función no lineal, a una recta.

De la fórmula de valor futuro, o sea de  $(\pi)$ , se obtiene  $g(i)$ , que es la representación la función no lineal que será aproximada;

$$VF = P \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$\frac{VF}{P} = \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] = g(i)$$

**Gráfica N° 13: Aproximación del valor de  $i$  por medio del valor futuro.**

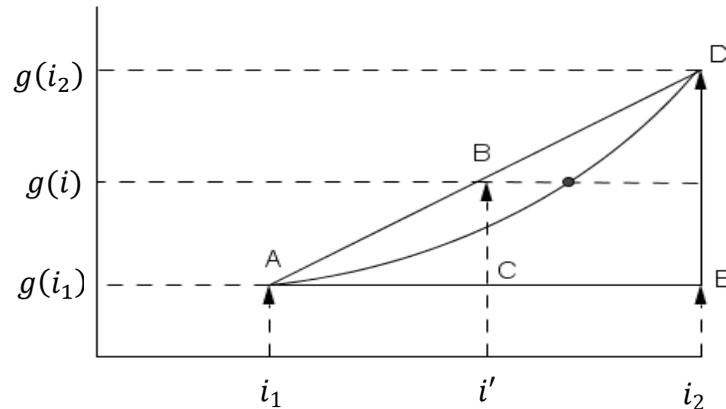


Fuente: Tomado de M. Valenzuela 1995. Matemáticas Financieras, un enfoque conceptual y operativo.

Se observa que el valor más próximo a  $i$  se le denomina  $i'$ , por otro lado, los valores  $i_1$  e  $i_2$  forman parte de una recta que al ir tomando valores cercanos a  $i$  se reduce a una distancia  $d$  lo que indica que  $i'$  se aproxima a  $i$ .

El valor de  $i'$  se encuentra con la ayuda de la siguiente gráfica, por medio de la proporción de los triángulos ABC y ADE.

**Gráfica N° 14: Proporción de triángulos para aproximar el valor de  $i$ , por medio del valor futuro de una anualidad vencida.**



Fuente: Tomado de M. Valenzuela 1995. Matemáticas Financieras, un enfoque conceptual y operativo.

$$\frac{g(i) - g(i_1)}{g(i_2) - g(i_1)} = \frac{i' - i_1}{i_2 - i_1}$$

Todos los valores que intervienen en la proporción, menos  $i'$ , están determinados, luego la aproximación para  $i$  es:

$$i \cong i' = \frac{g(i) - g(i_1)}{g(i_2) - g(i_1)} (i_2 - i_1) + i_1$$

Donde:

$$g(i_1) = \frac{(1 + i_1)^n - 1}{i_1}$$

$$g(i_2) = \frac{(1 + i_2)^n - 1}{i_2}$$

$$g(i) = \frac{VF}{P}$$

Los valores  $i_1$  e  $i_2$  son muy cercanos tales que:

$$g(i_1) < g(i) < g(i_2), \quad g(i) = \frac{VF}{P}.$$

**Ejemplo 5.6:** Basándose en el ejemplo cinco (5.5), encontrar:

- El valor futuro ( $VF$ ),
- El número de períodos de pago ( $n$ ),
- La tasa ( $i$ ).

**Solución:**

- a) Por ( $\pi$ ), se tiene que:

$$VF = P \left[ \frac{[(1+i)^n - 1]}{i} \right] = 325,14 \left[ \frac{(1+0,025)^3 - 1}{0,025} \right]$$

$$VF = 1\,000$$

- b) Para obtener el número de pagos, se tiene:

$$n = \frac{\text{Log}\left(1 + \frac{VF(i)}{P}\right)}{\text{Log}(1+i)} = \frac{\text{Log}\left(1 + \frac{1000(0,025)}{325,14}\right)}{\text{Log}(1+0,025)}$$

$$n = 3$$

- c) Sea:

$$g(i) = \frac{VF}{P} = \frac{1000}{325,14} = 3,0775$$

$$i \cong i' = \frac{g(i) - g(i_1)}{g(i_2) - g(i_1)} (i_2 - i_1) + i_1$$

$$i_1 = 0,024$$

$$i_2 = 0,026$$

$$g(i_1) = \frac{(1+0,024)^3 - 1}{0,024} = 3,0726$$

$$g(i_2) = \frac{(1+0,026)^3 - 1}{0,026} = 3,0787$$

Como:

$$3,0726 < 3,0776 < 3,0787$$

$$g(i_1) < g(i) < g(i_2)$$

$$i' = \left[ \frac{3,0776 - 3,0787}{3,0726 - 3,0787} \right] (0,026 - 0,024) + 0,024$$

$$i' = 0,02500 \cong 0,025 = i$$

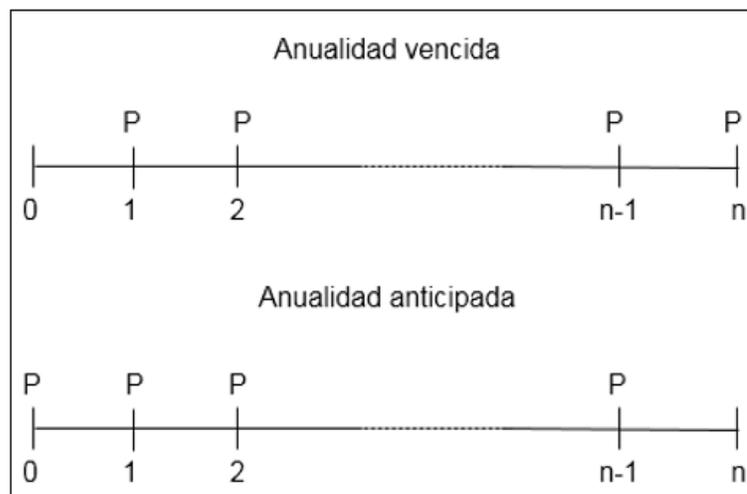
### Anualidades anticipadas.

Este tipo de anualidad se caracteriza en que la serie de flujos de caja se llevan a cabo al inicio de cada periodo; por ejemplo, en los negocios de alquiler, ya que este tipo de transacción se realiza a principio del período.

La diferencia que existe entre las anualidades anticipadas y las vencidas es que los pagos iguales y periódicos se hacen al inicio del primer período hasta llegar a la fecha establecida en el contrato.

A continuación, se presenta un diagrama que ilustra lo dicho anteriormente:

**Figura N° 12: Resumen de anualidad vencida y anticipada.**



Fuente: Tomado de M. Ayres 1997. Matemáticas Financieras.

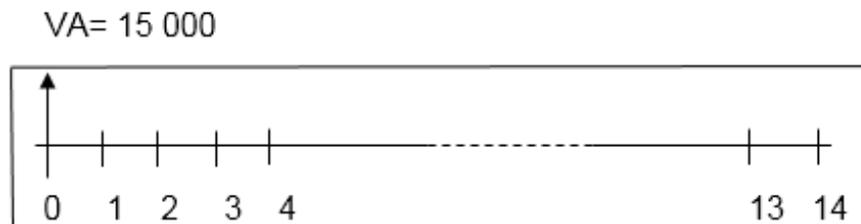
De manera similar a las anualidades vencidas se deducirán las fórmulas de valor actual ( $VA$ ), valor futuro ( $VF$ ), el número de períodos ( $n$ ) y una aproximación a la tasa de interés ( $i$ ).

El siguiente ejemplo ayuda a ilustrar, por medio de un gráfico, sobre las características de los pagos correspondientes de una anualidad anticipada.

**Ejemplo 5.6:** Emmanuel recibe un préstamo de B/ 15 000,00 para ser cancelado en 15 cuotas mensuales iguales, las cuales se ejecutarán de manera anticipada, si la tasa de interés es del 3,5% mensual, hallar el valor de las cuotas.

**Solución:** La representación gráfica del problema es el siguiente:

**Figura N° 13: Cálculo de cuotas.**



Fuente: El autor.

La tasa por cada período es  $i = \frac{3,5}{100} = 0,035$  y si cada pago realizado se lleva al inicio del contrato y se suman se tiene que:

$$P + P(1 + 0,035)^{-1} + P(1 + 0,035)^{-2} + \dots + P(1 + 0,035)^{-14}$$

Es claro que la suma anterior es igual al valor actual de la deuda; o sea:

$$15000 = P + P(1 + 0,035)^{-1} + P(1 + 0,035)^{-2} + \dots + P(1 + 0,035)^{-14} \dots (1)$$

De donde se deduce el valor de  $P$ , de la siguiente manera:

$$15000 = P[1 + (1 + 0,035)^{-1} + (1 + 0,035)^{-2} + (1 + 0,035)^{-14}]$$

$$P = \frac{15000}{1 + (1 + 0,035)^{-1} + (1 + 0,035)^{-2} + \dots + (1 + 0,035)^{-14}} = 1\,258,34$$

Lo que quiere decir que la persona va a pagar B/ 1 258,34 al final de los primeros 15 meses.

Es mejor pensar en una manera más rápida y sencilla de cómo obtener este valor; para ello se parte de la ecuación (1)

$$15000 = P + P(1 + 0,035)^{-1} + P(1 + 0,035)^{-2} + \dots + P(1 + 0,035)^{-14}$$

Multiplicar ambos lados de la ecuación por  $(1 + 0,035)$ ; de donde se obtiene:

$$15000(1 + 0,035) = P(1 + 0,035) + P(1 + 0,025)^0 + P(1 + 0,025)^{-1} + \dots + P(1 + 0,035)^{-13}$$

$$15000(1 + 0,035) = P + P(1 + 0,035)^{-1} + P(1 + 0,035)^{-2} + \dots + P(1 + 0,035)^{-13}$$

Restando la ecuación (1) que viene siendo el valor actual en ambos lados se tiene:

$$15000(1 + 0,035) - 15000 = P(1 + 0,035) - P(1 + 0,035)^{-14}$$

De donde:

$$15000(1 + 0,035 - 1) = P(1 + 0,035)[1 - (1 + 0,025)^{-15}]$$

Así:

$$15000(0,035) = P(1 + 0,035)[1 - (1 + 0,035)^{-15}]$$

$$P = \frac{15000(0,035)}{(1 + 0,035)[1 - (1 + 0,035)^{-15}]} = 1\,258,33$$

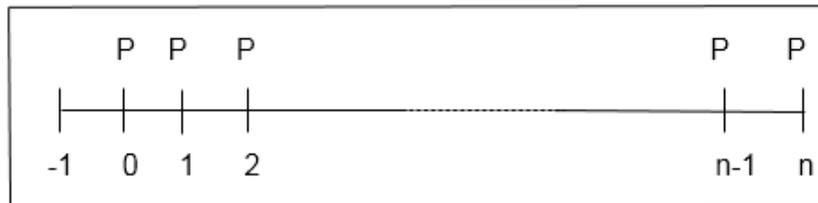
Este método en cierta forma hace más cómodo el cálculo de un determinado pago, tomando en cuenta el valor actual (VA), la tasa de interés, y el número de períodos de pago.

### Deducción de la fórmula de los parámetros de anualidades anticipadas.

El ejemplo (5.6), sirve de base para la deducción de la fórmula para el cálculo del valor actual o presente de una anualidad anticipada, localizada en un período previo a la fecha del primer pago, desde un punto de vista matemático; se puede expresar como una suma de valores presentes de todos los flujos que contienen la serie.

El siguiente diagrama ilustra la anualidad anticipada con n periodos:

**Figura N° 14: Anualidad anticipada con n periodos por medio del valor actual.**



Fuente: Tomado de L. Portus 2005. Matemáticas Financieras.

Se considera como (P) al pago que se efectúa de manera periódica mediante (n) pagos iguales y (VA) el valor actual de la deuda, de donde se tiene que:

$$VA = P + P(1+i)^{-1} + P(1+i)^{-2} + P(1+i)^{-3} + \dots + P(1+i)^{-n+1} \dots (*)$$

Multiplicando ambos lados por  $(1+i)$ , tiene:

$$VA(1+i) = [P + P(1+i)^{-1} + P(1+i)^{-2} + P(1+i)^{-3} + \dots + P(1+i)^{-n+1}](1+i)$$

Luego:

$$VA(1+i) = P(1+i) + P + P(1+i)^{-1} + P(1+i)^{-2} + \dots + P(1+i)^{-n+2} \dots (+)$$

Restando (+) de (\*), se obtiene:

$$VA - VA(1+i) = P(1+i) - P(1+i)^{-n+1}$$

$$VA(i) = P(1+i)[1 - (1+i)^{-n}]$$

Por la tanto:

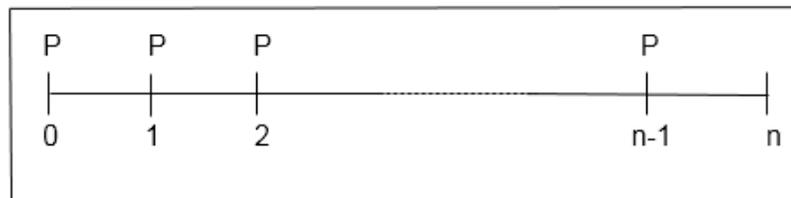
$$VA = \frac{P(1+i)[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$VA = P(1+i) \left[ \frac{[1 - (1+i)^{-n}]}{i} \right] \dots (\beta)$$

Es evidente que el valor actual de una anualidad anticipada, en el momento que se efectúa el primer flujo de caja, es el resultado de multiplicar el valor actual de una anualidad vencida por  $(1+i)$ .

Por otro lado, si se observa detalladamente el diagrama donde hipotéticamente se supone que no se toma en cuenta el primer pago, quedaría una anualidad vencida para pagar en  $n - 1$  períodos.

**Figura N° 15: Anualidad anticipada con  $n - 1$  períodos por medio del valor actual.**



Fuente: Tomado de L. Portus 2005. Matemáticas Financieras.

Queda expresado el valor actual de los pagos como se muestra a continuación:

$$\frac{P[1 - (1+i)^{-(n-1)}]}{i}$$

Y si a este valor se le suma el primer pago  $P$  que le fue quitado y luego el valor actual de una anualidad anticipada sería:

$$VA = \frac{P[1 - (1+i)^{-n+1}]}{i} + P$$

$$VA = P \left[ \frac{1 - (1+i)^{-n+1}}{i} + 1 \right] \dots (\varepsilon)$$

Que resulta una forma equivalente de  $(\beta)$ .

La deducción de la fórmula del pago o renta usando el valor actual de las anualidades anticipadas es:

De la ecuación  $(\beta)$ , se puede fácilmente despejar el valor de P, o sea, a lo que haciendo cada pago.

$$P = \frac{VA(i)}{(1+i)[1-(1+i)^{-n}]}$$

Por otro lado la deducción de la fórmula del número de períodos usando el valor actual de las anualidades anticipadas se da a continuación:

Por otro lado, a partir de  $(\beta)$ , también se puede deducir el valor de n.

$$VA = P(1+i) \left[ \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$\frac{VA}{P(1+i)} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}, \text{ dividiendo por } P.$$

$$\frac{VA(i)}{P(1+i)} = 1 - (1+i)^{-n}, \text{ multiplicando por } (i)$$

$$1 - \frac{VA(i)}{P(1+i)} = (1+i)^{-n}, \text{ multiplicando por } (-1) \text{ y sumando } (1)$$

$$\text{Log} \left( 1 - \frac{VA(i)}{P(1+i)} \right) = \text{Log}(1+i)^{-n}, \text{ aplicando logaritmo en ambos miembros.}$$

$$\text{Log} \left( 1 - \frac{VA(i)}{P(1+i)} \right) = -n \text{Log}(1+i), \text{ por propiedad de los logaritmos.}$$

$$-n = \frac{\text{Log} \left( 1 - \frac{VA(i)}{P(1+i)} \right)}{\text{Log}(1+i)}, \text{ dividiendo por } \text{Log}(1+i)$$

$$n = - \frac{\text{Log} \left( 1 - \frac{VA(i)}{P(1+i)} \right)}{\text{Log}(1+i)}, \text{ multiplicando por } (-1)$$

La aproximación a la tasa de interés usando el valor actual de las anualidades anticipadas se describe así:

Se hará una aproximación por medio de una función no lineal, a una recta para determinar el valor de  $(i)$ .

De la fórmula de valor actual alternativa, o sea de  $(\varepsilon)$ , donde se obtiene  $f(i)$  que es la representación la función no lineal que será aproximada:

$$VA = P \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n+1}}{i} + 1 \right]$$

$$\frac{VA}{P} = \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n+1}}{i} + 1 \right] = f(i)$$

Se toman valores  $i_1$  e  $i_2$  que dan como resultado una recta, y van tomando valores cercanos a  $i$ , el cual es el mismo proceso para la aproximación de la tasa  $(i)$  de una anualidad vencida en función al valor actual.

$$\frac{f(i) - f(i_1)}{f(i_2) - f(i_1)} = \frac{i' - i_1}{i_2 - i_1}$$

Todos los valores que intervienen en la proporción, menos  $i'$ , están determinados, luego la aproximación para  $i$  es:

$$i \cong i' = \frac{f(i) - f(i_1)}{f(i_2) - f(i_1)} (i_2 - i_1) + i_1$$

Donde:

$$f(i_1) = \left[ \frac{1 - (1 + i_1)^{-n+1}}{i} + 1 \right]$$

$$f(i_2) = \left[ \frac{1 - (1 + i_2)^{-n+1}}{i} + 1 \right]$$

$$f(i) = \frac{VA}{P}$$

Los valores  $i_1$  e  $i_2$  son muy cercanos de modo que:

$$f(i_1) < f(i) < f(i_2), f(i) = \frac{VA}{P}.$$

**Ejemplo 5.7:** utilizando el ejemplo 5.6, encontrar:

- a) El valor actual ( $VA$ )
- b) El número de pago ( $n$ )
- c) La tasa ( $i$ )

Solución: a) Valor actual

Datos:  $n = 15$ ,  $P = 1\,258,34$ ,  $i = 0,035$ ,

- a) El valor actual:

$$VA = P(1+i) \left[ \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] = 1258,34(1+0,035) \left[ \frac{1 - (1+0,035)^{-15}}{0,035} \right]$$

$$VA = 15\,000.$$

- b) El número de períodos de pago ( $n$ )

Datos:

$$VA = 15\,000, \quad i = 0,035 \quad P = 1258,34, \quad \text{luego}$$

$$n = - \frac{\text{Log} \left( 1 - \frac{15000(0,035)}{1258,34(1+0,035)} \right)}{\text{Log}(1+0,035)} = 14,999$$

Por lo tanto, el número de períodos de pago son  $n = 15$ .

- c) La tasa ( $i$ )

Datos:

$$VA = 15000, \quad n = 15, \quad P = 1258,34 \quad \text{Entonces:}$$

$$f(i) = \frac{VA}{P} = \frac{15000}{1258,34} = 11,9205$$

$$i \cong i' = \frac{f(i) - f(i_1)}{f(i_2) - f(i_1)} (i_2 - i_1) + i_1$$

$$i_2 = 0,034$$

$$i_1 = 0,036$$

$$f(i_2) = \left[ \frac{1 - (1 + 0,034)^{-15+1}}{0,034} + 1 \right] = \left[ \frac{1 - (1 + 0,034)^{-14}}{0,034} + 1 \right] = 11,9941$$

$$f(i_1) = \left[ \frac{1 - (1 + 0,036)^{-15+1}}{0,036} + 1 \right] = \left[ \frac{1 - (1 + 0,036)^{-14}}{0,036} + 1 \right] = 11,8476$$

Como:

$$11,8476 < 11,9205 < 11,9941$$

$$f(i_1) < f(i) < f(i_2)$$

$$i' = \left[ \frac{11,9205 - 11,8476}{11,9941 - 11,8476} \right] (0,034 - 0,036) + 0,036$$

$$i' = 0,03459 \cong 0,035 = i$$

Por lo tanto, la tasa de interés es de  $i = 0,035$ .

Al igual que el cálculo del valor actual de una anualidad anticipada, también es posible obtener los pagos por medio del monto o valor futuro (VF), dicho de otra manera, de qué valor serán los pagos para tener una cierta cantidad en un período y tasa determinada.

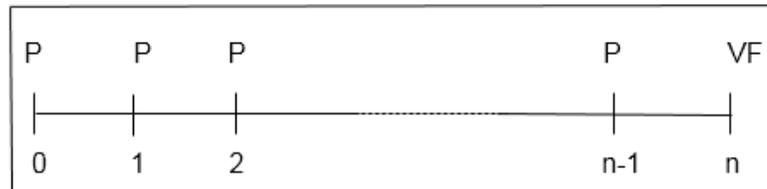
Por último se verá la deducción de la fórmula los parámetros de las anualidades anticipadas.

A partir del siguiente diagrama se muestran las herramientas para la deducción de la fórmula para el cálculo del valor futuro de una anualidad anticipada, se

procede de manera similar a la deducción del valor actual de una anualidad anticipada.

El siguiente diagrama ilustra la anualidad anticipada con  $n$  periodos:

**Figura N° 16: Anualidad anticipada con  $n$  periodos por medio del valor futuro.**



Fuente: Tomado de L. Portus 2005. Matemáticas Financieras.

Sea ( $P$ ) al pago que se efectúa de manera periódica mediante ( $n$ ) pagos iguales y ( $VF$ ) el valor futuro de la deuda, de donde se tiene que:

$$VF = P(1+i)^n + P(1+i)^{n-1} + P(1+i)^{n-2} + P(1+i)^{n-3} + \dots + P(1+i)^{n-(n-1)} \dots (\alpha)$$

Multiplicando ambos lados por  $(1+i)$ , tiene:

$$VF(1+i) = [P(1+i)^n + P(1+i)^{n-1} + P(1+i)^{n-2} + P(1+i)^{n-3} + \dots + P(1+i)^{n-(n-1)} + P(1+i)](1+i)$$

Luego:

$$VF(1+i) = P(1+i)^{n+1} + P(1+i)^n + P(1+i)^{n-1} + \dots + P(1+i)^3 + P(1+i)^2 \dots (\theta)$$

Restando ( $\alpha$ ) de ( $\theta$ ), se obtiene:

$$VF - VF(1+i) = P(1+i) - P(1+i)^{n+1}$$

$$VF(i) = P(1+i)[1 - (1+i)^n]$$

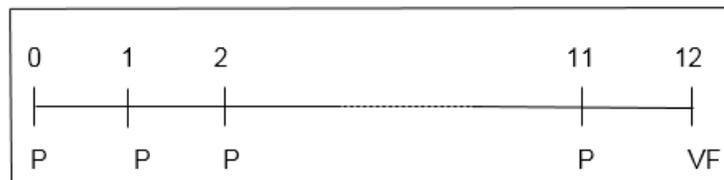
Por la tanto:

$$VF = \frac{P(1+i)[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$VF = P(1 + i) \left[ \frac{[(1 + i)^n - 1]}{i} \right] \dots (\lambda)$$

**Ejemplo 5.7:** Joseph pone en renta un apartamento con la condición de pagar el mes anticipadamente, se debe pagar la suma de B/ 300,00 mensuales, al 2% de interés mensual. Si el inmueble estuvo arrendado por un año, ¿Cuánto acumuló en este tiempo?

**Figura N° 17: Valor futuro de inmueble arrendado.**



Fuente: El autor.

La tasa por cada período es  $i = \frac{0,2}{12} = 0,02$  y si cada pago realizado se lleva al final del contrato por la suma de / 300,00 con  $y \ n = 12$ . Por  $(\lambda)$  se tiene,

$$VF = 300(1 + 0,02) \left[ \frac{[(1 + 0,02)^{12} - 1]}{0,02} \right] = 4\ 104,10$$

Lo que quiere decir que Joseph acumuló B/ 4 104,10 al final del año.

Deducción de la fórmula del pago o renta usando el valor futuro de las anualidades anticipadas.

De la ecuación  $(\lambda)$ , se puede fácilmente despejar el valor de P, o sea a lo que haciendo cada pago.

$$P = \frac{VF(i)}{(1 + i)[(1 + i)^n - 1]}$$

Deducción de la fórmula del número de períodos usando el valor futuro de las anualidades anticipadas.

Por otro lado, a partir de  $(\lambda)$ , también se puede deducir el valor de n.

$$VF = P(1+i) \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$\frac{VF}{P} = \frac{(1+i)[(1+i)^n - 1]}{i}, \text{ dividiendo por } P.$$

$$\frac{VF(i)}{P(1+i)} = (1+i)^n - 1, \text{ multiplicando por } (i) \text{ y dividiendo por } (1+i)$$

$$1 + \frac{VF(i)}{P(1+i)} = (1+i)^n, \text{ y sumando } (1)$$

$$\text{Log} \left( 1 + \frac{VF(i)}{P(1+i)} \right) = \text{Log}(1+i)^n, \text{ aplicando logaritmo en ambos miembros.}$$

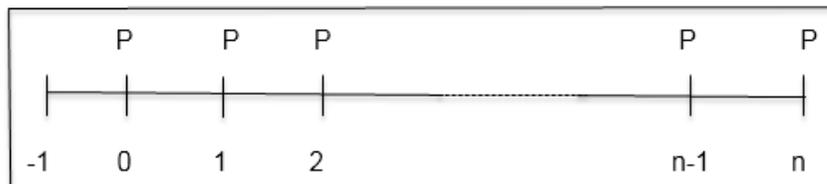
$$\text{Log} \left( 1 + \frac{VF(i)}{P(1+i)} \right) = n \text{Log}(1+i), \text{ por propiedad de los logaritmos.}$$

$$n = \frac{\text{Log} \left( 1 + \frac{VF(i)}{P(1+i)} \right)}{\text{Log}(1+i)}, \text{ dividiendo por } \text{Log}(1+i)$$

Aproximación a la tasa de interés usando el valor futuro de las anualidades anticipadas.

Ahora bien, si para saber el valor futuro de una anualidad anticipada se adiciona un pago P en el período n y considerando un período más al comienzo de la anualidad, tal y como se observa en el gráfico:

**Figura N° 18: Anualidad anticipada, considerando un período más.**



Fuente: Tomado de L. Portus 2005. Matemáticas Financieras.

Considerando esta alternativa, luego se tiene una anualidad vencida con  $n + 1$  períodos donde surge una:

$$P \left[ \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} \right]$$

Si a este valor se le resta el pago  $P$  que se le fue agregado, entonces queda expresado como el valor futuro de una anualidad anticipada, de la siguiente manera, siendo una forma diferente de expresar el valor futuro;

$$VF = P \left[ \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} \right] - P$$

$$VF = P \left[ \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1 \right]$$

Procediendo de forma similar para las aproximaciones a la tasa de interés ( $i$ ) se advierten esta igualdad:

$$\frac{g(i) - g(i_1)}{g(i_2) - g(i_1)} = \frac{i' - i_1}{i_2 - i_1}$$

De tal suerte que:

$$i \cong i' = \frac{g(i) - g(i_1)}{g(i_2) - g(i_1)} (i_2 - i_1) + i_1$$

Con:

$$g(i_1) = \frac{(1+i_1)^{n+1} - 1}{i_1} - 1$$

$$g(i_2) = \frac{(1+i_2)^{n+1} - 1}{i_2} - 1$$

$$g(i) = \frac{VF}{P}$$

Los valores  $i_1$  e  $i_2$  son muy cercanos tales que:

$$g(i_1) < g(i) < g(i_2), \quad g(i) = \frac{VF}{P}.$$

**Ejemplo 5.8:** Basándose en el ejemplo cinco (5.7), encontrar:

- a) El pago ( $P$ ),

- b) El número de períodos de pago ( $n$ ),  
 c) La tasa ( $i$ ).

**Solución:**

- a) Para el cálculo de los pagos se procede de la siguiente manera:

$$P = \frac{4104,10 (0,02)}{(1 + 0,02)[(1 + 0,02)^{12} - 1]} = \frac{82,082}{0,2736}$$

$$P = 300$$

- b) El número de períodos de pago ( $n$ )

$$n = \frac{\text{Log}\left(1 + \frac{VF(i)}{P(1+i)}\right)}{\text{Log}(1+i)} = \frac{\text{Log}\left(1 + \frac{4104,10(0,02)}{300(1,02)}\right)}{\text{Log}(1+0,02)}$$

$$n = 12$$

- c) Sea:

$$g(i) = \frac{VF}{P} = \frac{4104,10}{300} = 13,6803$$

$$i \cong i' = \frac{g(i) - g(i_1)}{g(i_2) - g(i_1)}(i_2 - i_1) + i_1$$

$$i_1 = 0,019$$

$$i_2 = 0,021$$

$$g(i_1) = \frac{(1 + 0,019)^{13} - 1}{0,019} - 1 = 13,5903$$

$$g(i_2) = \frac{(1 + 0,021)^{13} - 1}{0,021} - 1 = 13,7710$$

Como:

$$13,5903 < 13,6803 < 13,7710$$

$$g(i_1) < g(i) < g(i_2)$$

$$i' = \left[ \frac{13,6803 - 13,5903}{13,7710 - 13,5903} \right] (0,021 - 0,019) + 0,019$$

$$i' = 0,02 \cong 0,02 = i$$

## Anualidades diferidas.

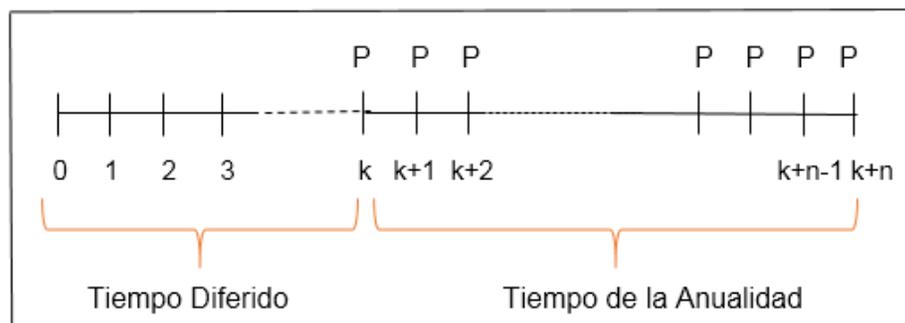
Una anualidad diferida es aquella en donde el primer pago se realiza después de pasado cierto número de períodos. El tiempo transcurrido entre la fecha en la que se realiza la operación financiera y la fecha en que se da el primer pago se conoce como período de gracia.

El período de gracia, puede ser muerto o de cuota reducida. En el primero, no se pagan intereses ni se abona a capital, por lo tanto, el capital inicial se va incrementando a través del tiempo de gracia por no pagarse los intereses; mientras que en el segundo se pagan los intereses, pero no se hacen abonos a capital, es decir, en este caso, el capital principal no se incrementa en el período de gracia, porque se están cancelando los intereses.

Este tipo de anualidad puede ser vencida o anticipada. En este estudio solo se estudiará las vencidas, así que al hablar de anualidad diferida se supondrá que es vencida.

La gráfica a continuación ilustra una anualidad diferida.

**Figura N° 19: Anualidad diferida.**



Fuente: Tomado de M. Valenzuela 1995. Matemáticas Financieras, un enfoque conceptual y operativo.

En dicha gráfica el valor de  $k$  representa el número de períodos en donde se difiere el pago y  $n$  es el valor de los períodos de la anualidad.

### Deducción de la fórmula de parámetros de una anualidad diferida.

Es fácil observar que, para el cálculo del valor actual de una anualidad diferida, solo es necesario restar el valor actual de la anualidad desde el tiempo cero hasta el tiempo final, o sea  $k+n$ , menos el valor actual de la anualidad del tiempo diferido, o sea  $k$ , de la siguiente forma:

$$VA = P \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-(k+n)}}{i} \right] - P \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-k}}{i} \right]$$

$$VA = P \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-k}(1 + i)^{-n} - 1 + (1 + i)^{-k}}{i} \right]$$

$$VA = P(1 + i)^{-k} \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

El valor futuro de una anualidad diferida es igual al calculado en una anualidad

vencida; o sea,  $VF = P \left[ \frac{[(1+i)^n - 1]}{i} \right]$

Deducción de la fórmula del pago de una anualidad diferida atendiendo el valor actual y valor futuro:

De la fórmula de valor actual de anualidades diferidas se puede deducir fácilmente el valor del pago o renta de una anualidad diferida atendiendo al valor actual;

$$P = VA(i) \left[ \frac{(1 + i)^k}{1 - (1 + i)^{-n}} \right]$$

Por otro lado, de la fórmula de valor futuro de anualidades diferidas se tiene el pago o renta de renta atendiendo al valor futuro:

$$P = \left[ \frac{VF(i)}{[(1 + i)^n - 1]} \right]$$

La deducción de la fórmula del tiempo de la anualidad y el tiempo diferido mediante el uso del valor actual y valor futuro de una anualidad diferida.

No es muy común el cálculo del tiempo de una anualidad o el tiempo diferido, pero es sencillo procediendo de manera similar a la deducción de la fórmula del número de períodos de una anualidad vencida, luego el tiempo diferido está dado por:

$$k = \frac{\text{Log} \left[ \frac{P(1-(1+i)^{-n})}{VA(i)} \right]}{\text{Log}(1+i)}$$

Es importante recalcar que a través del valor futuro no es necesario calcular el tiempo diferido, ya que para dicho cálculo no es tomado en cuenta.

En este sentido el tiempo de una anualidad diferida es:

$$n = \frac{\text{Log} \left[ \frac{P}{P - VA(i)(1+i)^k} \right]}{\text{Log}(1+i)}$$

La Fórmula de  $(n)$  de una anualidad diferida por medio del valor futuro es igual al número de períodos de una anualidad vencida, o sea:

$$n = \frac{\text{Log} \left( 1 + \frac{VF(i)}{P} \right)}{\text{Log}(1+i)}$$

La aproximación a la tasa de interés de las anualidades diferidas se describe a continuación:

En la práctica es poco probable la necesidad del cálculo de la tasa de interés, pero si fuese necesario se procede de igual forma mediante los procesos de interpolación a través de la siguiente función:

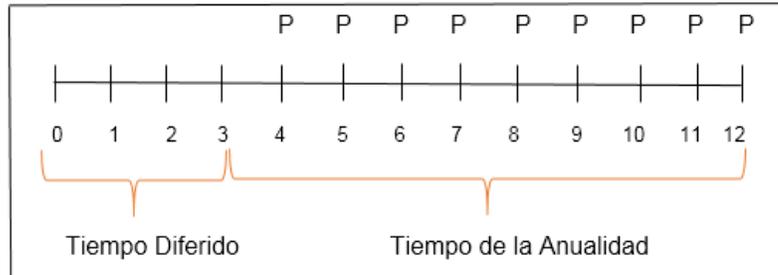
$$\frac{VA}{P} = (1+i)^{-k} \left[ \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

**Ejemplo 5.9:** Ámberly Sofía pide un préstamo en un banco de la localidad, donde se compromete a pagar B/ 200, 00 anuales durante 9 años, aprovechando una promoción que le permite hacer su primer pago al cuarto año después de haber sido desembolsado dicho préstamo, a una tasa de interés nominal del 10%. ¿Cuánto dinero le puede prestar el banco?

**Solución:**

Los datos del problema son:  $P = 200$ ;  $n = 9$ ;  $i = 0,1$ ;  $k = 3$ . La siguiente gráfica ayudará a comprender el problema:

**Figura N° 20: Cálculo del valor actual.**



Fuente: El autor.

Luego el valor actual de la anualidad resulta ser la cantidad de dinero que el banco le puede prestar a Ámberly, entonces:

$$VA = P(1 + i)^{-k} \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

$$VA = 200(1 + 0,1)^{-3} \left[ \frac{1 - (1 + 0,1)^{-9}}{0,1} \right]$$

$$VA = 865,37$$

Por lo tanto, a Ámberly Sofía se le puede prestar B/ 865, 37.

**Ejemplo 10.5:** Basándose en el ejemplo 5.9, calcular:

- a) Pagos.
- b) Tiempo diferido
- c) Tiempo de la anualidad
- d) Tasa de interés.

**Solución:**

- a) El pago:

$$P = VA(i) \left[ \frac{(1 + i)^k}{1 - (1 + i)^{-n}} \right]$$

$$P = 865,37(0,1) \left[ \frac{(1 + 0,1)^3}{1 - (1 + 0,1)^{-9}} \right]$$

$$P = 200$$

b) Tiempo diferido:

$$k = \frac{\text{Log} \left[ \frac{P(1 - (1 + i)^{-n})}{VA(i)} \right]}{\text{Log}(1 + i)}$$

$$k = \frac{\text{Log} \left[ \frac{200(1 - (1 + 0,1)^{-9})}{865,37(0,1)} \right]}{\text{Log}(1 + 0,1)}$$

$$k = 2,9999$$

c) Tiempo de la anualidad:

$$n = \frac{\text{Log} \left[ \frac{P}{P - VA(i)(1 + i)^k} \right]}{\text{Log}(1 + i)}$$

$$n = \frac{\text{Log} \left[ \frac{200}{200 - 865,37(0,1)(1 + 0,1)^3} \right]}{\text{Log}(1 + 0,1)}$$

$$n = 9$$

d) Aproximación de la tasa de interés: sea la función

$$g(i_m) = (1 + i_m)^{-k} \left[ \frac{1 - (1 + i_m)^{-n}}{i_m} \right]$$

$$\text{Luego } \frac{VA}{P} = 4,32685.$$

Por medio de ensayo y error, se evaluarán diferentes valores para  $(i)$  lo más próximo de 4,32685.

$$\text{Sea } i_1 = 0,09, \text{ luego } g(i_1) = 4,6294$$

$$i_2 = 0,11, \text{ luego } g(i_2) = 4,0486$$

$$i_3 = 0,13, \text{ luego } g(i_3) = 3,5565$$

Se puede apreciar que entre  $i_1$  y  $i_2$ , existe un valor aproximado a  $\frac{VA}{P}$ . Entonces; sea  $i_4=0,10$ , donde  $g(i_4) = 4,3268$ .

Por lo tanto:  $i = 0,10 = 10\%$ .

### **Propuesta de intervención del concepto de anualidades por medio de un software de Excel llamado Herramientas Financieras V.3.**

Después de haber abordado el concepto de anualidades, desde un punto de vista epistemológico, es preciso considerar otra arista o perspectiva de la propuesta; y es el uso de Herramientas Financieras v.3 como complemento en la metodología de enseñanza del concepto anualidades.

### **Reseña del software Herramienta Financiera v.3.**

La idea de desarrollar un software financiero nació del profesor Rafael Valera Moreno de la Universidad de Piura del Perú, Magíster en Administración de Empresas, el cual enfoca su estudio en la resolución de problemas del área de Matemática Financiera incorporando Microsoft Excel.

Para la elaboración de este software el profesor Valera necesitó de la ayuda de un experto en la programación de computadoras, conjugando su ingenio con las bondades reales de Excel. Todo este proceso valió la pena ya que es un instrumento que facilita en gran medida el cálculo de operaciones matemáticas, dejando a un lado el uso y memorización de fórmulas extensas y en ocasiones complejas.

El objetivo del software es brindar un producto de manejo fácil y práctico. Por ello, para usar el programa no se necesitan tener mayores conocimientos del Microsoft Excel, puesto que el sistema se basa en el uso de unas pantallas que facilitan la realización de los cálculos sin necesidad de memorizar ninguna fórmula de la matemática financiera.

### Descripción del software Herramientas Financieras v.3.

El software Herramientas Financieras v.3 es un complemento para Microsoft Excel, el cual está diseñado para facilitar la resolución de situaciones financieras por medio de comandos sencillos y prácticos, sin dejar a un lado la implementación de los conceptos y fórmulas en la asignatura de Matemática Financiera.

La necesidad de la globalización y actualización es notable por factor de tiempo y eficiencia en las entidades bancarias, de allí que el uso de un software se haga necesario, es por ello que el futuro profesional del área del comercio no solo debe conocer los aspectos epistemológicos de los conceptos matemáticos financieros; sino que también debe hacer uso de la tecnología.

Hoy en día se ve con claridad la necesidad de que las personas conozcan de los artilugios que implican los cálculos que se hacen en los bancos a la hora de requerir productos. Las Herramientas Financieras v.3 ofrece de manera sencilla y al alcance de todos, formas de conocer las utilidades y bondades de la Matemática Financiera, aplicable en estos casos.

### Requerimientos para la instalación de Herramientas Financieras v.3.

**Tabla N° 10: Exigencias básicas para la instalación del software:**

Hardware	Procesador: Intel Pentium IV o superior. Resolución de pantalla (mínima):800x600
Software	Sistema operativo: Windows XP, Windows Vista, Windows 7 o Windows 8 (no se instala en versiones de prueba como Windows 7 Stated).
Instalación	Herramientas Financieras viene con un programa de instalación que copia los archivos necesarios en el disco duro.
Requerimientos para implementar Herramientas Financieras	Aunque Herramientas Financieras es simple de operar, el usuario deberá tener algunos conocimientos financieros elementales para que pueda explotar el máximo de las bondades del programa.

Fuente: Tomado de R. Valera 2013, Herramientas Financieras.

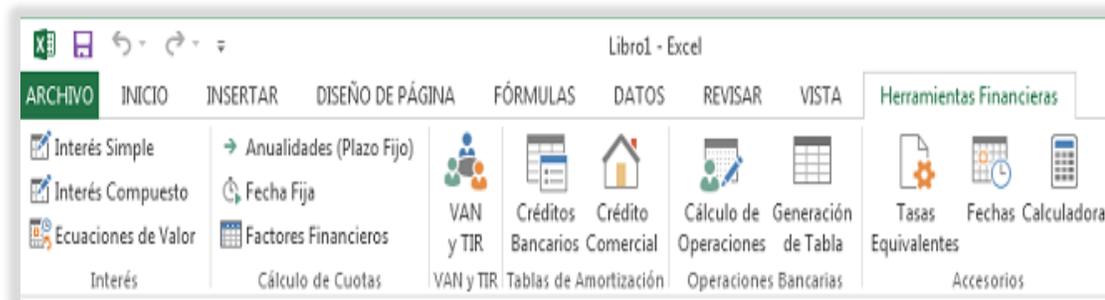
Es importante recalcar que el software está diseñado para reconocer el punto como separador decimal.

### **Pasos para el uso de Herramientas Financieras v.3 en el cálculo de anualidades.**

En las siguientes secuencias de imágenes se puede observar la manera sencilla en la que se ejecutan los comandos para el cálculo de anualidades usando Herramientas Financieras v.3.

La funcionalidad del software en cuestión está contenida en una cinta donde se agrupan diferentes controles, los cuales son ejecutados a través de un asistente para el cálculo de procesos específicos.

**Figura N° 21: Funcionalidad de Herramientas Financieras v.3.**



Fuente: Tomado de R. Valera 2013, Herramientas Financieras.

La pantalla de anualidades soluciona dos tipos de estas: las vencidas y las anticipadas o adelantadas, que es como aparece en el programa. El software tiene la bondad de hallar una de las variables involucradas en una anualidad, siempre y cuando se conozcan las restantes.

### **Cálculo de anualidades vencidas.**

Este tipo de procedimientos fueron tratados anteriormente a través de algoritmos, donde se dedujeron las respectivas fórmulas de valor actual, valor futuro, pagos, etc. La ilustración del uso del software para resolver anualidades se llevará a cabo por medio de ejemplos.

**Ejemplo 5.11:** Calcular el valor futuro de una anualidad donde los pagos iguales son de B/ 250,00, los cuales se llevan a cabo al final de cada trimestre, durante año y medio, al 40% convertible trimestralmente.

**Solución:** Los datos son:  $P = 250$ ,  $j = 40\%$   $i = \frac{40}{4} = 10\%$   $n = 6$

Entonces:  $VF = P \left[ \frac{[(1+i)^n - 1]}{i} \right]$

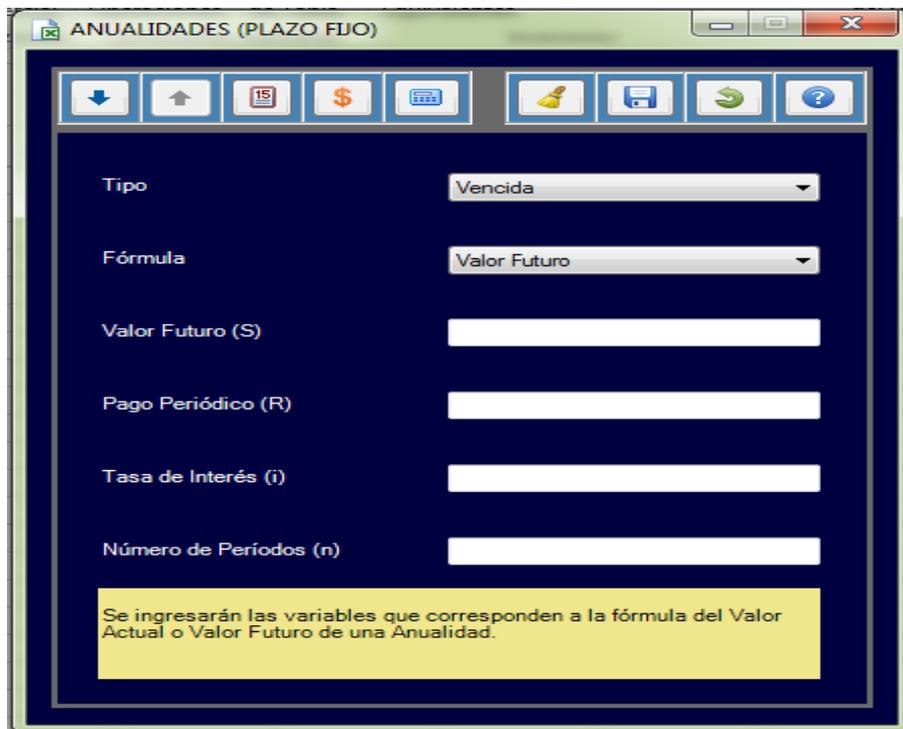
$$VF = 250 \left[ \frac{(1 + 0,1)^6 - 1}{0,1} \right]$$

$$VF = 1\,928,90$$

En la cinta anterior, donde se muestran los controles, aparece el ícono de anualidades (plazo fijo), la cual resuelve tanto anualidades vencidas como anualidades anticipadas o adelantadas.

En un primer momento se invoca al asistente de anualidades, tomando la opción de anualidades vencidas y del segundo desplegable la opción valor futuro.

**Figura N° 22: Calculadora de anualidades vencidas.**



Fuente: Software Herramientas Financieras v.3, 2018.

Para ingresar la tasa de interés, es necesario encontrar la efectiva trimestral, equivalente a una tasa nominal anual de 40% convertible trimestralmente.

**Figura N° 23: Calculadora de tasas equivalentes.**

Días del año

Considerar 360 días  Considerar 365 días

Interés Referencial

Tipo [j] - Nominal

Tasa (%) 40

Capitalizable Trimestral

Interés Equivalente

Tipo [j] - Efectiva

Tasa (%) 10,000000

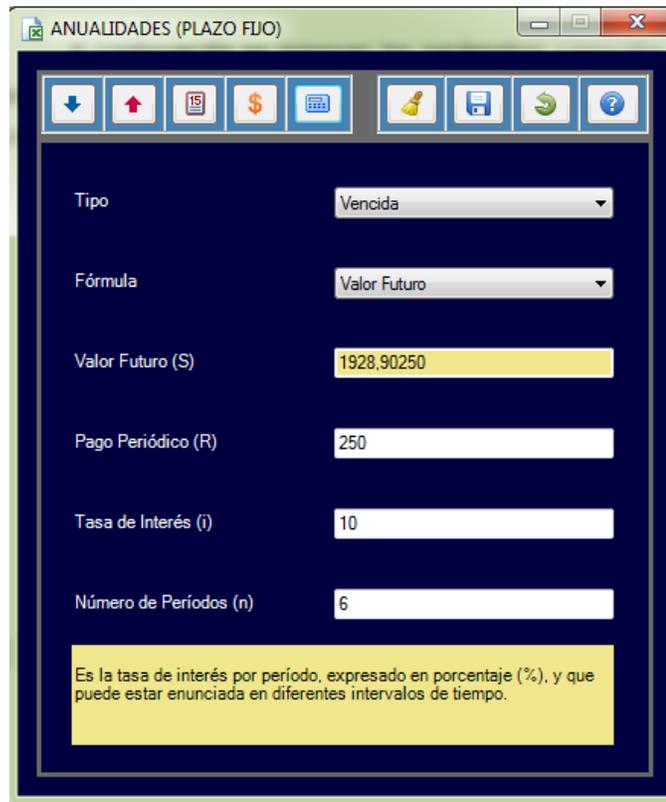
Período Trimestral

Indica la periodicidad de la tasa de interés a calcular.

Fuente: Software Herramientas Financieras v.3, 2018.

A continuación, se ingresan los parámetros conocidos, es decir, el pago periódico (250), el número de períodos (6) para el ingreso de la tasa de interés convertida trimestralmente, o sea 10%.

**Figura N° 24: Cálculo del valor futuro por medio de Herramientas Financieras v.3.**



Fuente: Software Herramientas Financieras v.3, 2018.

Luego el valor futuro de la anualidad es B/ 1 928,90, lo que coincide con el resultado anterior.

**Ejemplo 5.12:** Hallar el valor actual de una anualidad de B/ 500, pagadera semestralmente durante 5 años y 6 meses al 10%, capitalizable semestralmente.

**Solución:**

Los datos son:  $P = 500$ ,  $j = 10\%$   $i = \frac{10}{2} = 5\%$ ,  $n = 5,5(2) = 11$

$$\text{Entonces: } VA = P \left[ \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] = 500 \left[ \frac{1 - (1+0,05)^{-11}}{0,05} \right]$$

$$VA = 4\ 153,21$$

Por medio del asistente de cálculo de anualidades, se despliega el menú y se escoge las opciones de vencidas y valor actual.

Se procede a ingresar los datos conocidos del ejercicio, o sea, el pago (500), el número de periodos (11) y la tasa de interés que fue previamente convertida (5%).

Después de ingresar los parámetros se presiona clic en calcular.

**Figura N° 25: Cálculo del valor actual por medio de Herramientas Financieras v.3.**



Fuente: Software Herramientas Financieras v.3, 2018.

Así se tiene que el valor actual de la anualidad es de B/ 4 153,21.

### **Cálculo de anualidades anticipadas.**

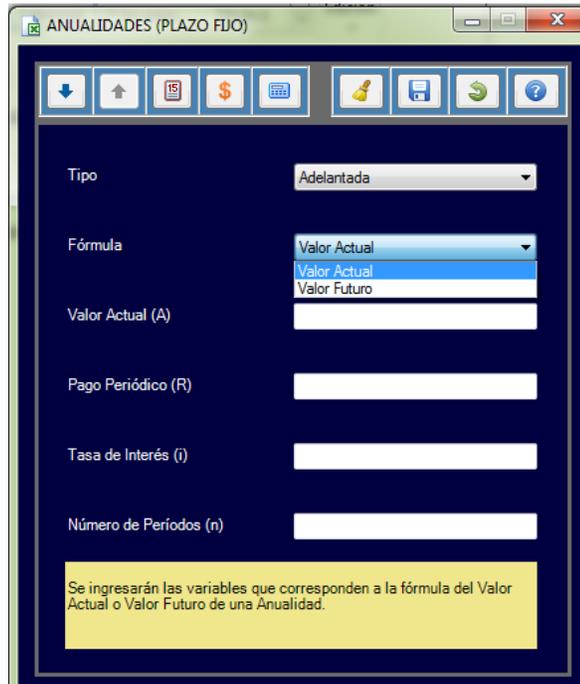
Es preciso recordar que una anualidad anticipada o adelantada se caracteriza en que los pagos periódicos se llevan a cabo al inicio de cada intervalo de pago.

El asistente para el cálculo de anualidades sólo se circunscribe al desarrollo de anualidades vencidas y anticipadas, dejando a un lado los demás tipos de anualidades; siendo esto una limitante de esta herramienta tecnológica.

Por otro lado, la Herramienta Financiera v.3, específicamente en el área de anualidades, no sólo proporciona el valor actual o futuro de una anualidad vencida

o anticipada, sino que también proporciona la posibilidad de encontrar alguna de las otras variables (pago, número de períodos, tasa de interés); conociendo tres de los cuatro parámetros, véase la siguiente figura.

**Figura N° 26: Calculadora de anualidades anticipadas.**



Fuente: Software Herramientas Financieras v.3, 2018.

**Ejemplo 5.13:** Un empresario debe pagar la suma de B/ 45 000,00 al cabo de 5 años, para dicho propósito desea hacer 15 depósitos bimestrales en una cuenta de inversión que rinde 5% bimestral. ¿A cuánto debe ascender cada uno de los depósitos?

**Solución:**

Datos:  $n = 60$

$i = 5\%$

$VF = 45\ 000$

Luego,

$$P = \frac{VF(i)}{(1+i)[(1+i)^n - 1]}$$
$$P = \frac{45000(0,05)}{(1+0,05)[(1+0,05)^{60} - 1]}$$
$$P = 121,21$$

Luego el empresario debe hacer depósitos de B/ 121,21 durante 5 años para llegar a la suma de B/ 45 000,00.

En primera instancia se ingresa a la pantalla los parámetros conocidos que competen al valor futuro, donde se deje en blanco el lugar en que va la incógnita para luego calcular.

La siguiente figura muestra el mismo cálculo con el uso del software Herramientas Financieras v.3.

**Figura N° 27: Cálculo del pago periódico de una anualidad anticipada.**

The screenshot shows a software window titled "ANUALIDADES (PLAZO FIJO)". The interface includes a toolbar with icons for navigation and calculation. The main area contains the following fields:

Tipo	Adelantada
Fórmula	Valor Futuro
Valor Futuro (S)	45000
Pago Periódico (R)	121,20791
Tasa de Interés (i)	5
Número de Períodos (n)	60

Below the fields, a yellow box contains the text: "Se obtiene al multiplicar el tiempo en años (N) por la frecuencia de capitalización de los intereses (n = N \* m)."

Fuente: Software Herramientas Financieras v.3, 2018.

**Ejemplo 5.14:** En el almacén El Carambitto se vende una computadora por B/ 3 550,00 si es pagado al contado; de lo contrario mediante pagos mensuales anticipados de B/ 275,00; si el interés es del 36% convertible mensualmente ¿Cuántos pagos se necesitan hacer para cancelar la computadora?

Solución: los datos:  $P = 250$ ,  $VA = 3\ 500$ ,  $j = 36\%$   $i = 3\%$ , así:

$$n = -\frac{\text{Log}\left(1 - \frac{VA(i)}{P(1+i)}\right)}{\text{Log}(1+i)}$$

$$n = -\frac{\text{Log}\left(1 - \frac{3550(0,03)}{250(1+0,03)}\right)}{\text{Log}(1+0,03)}$$

$$n = \frac{0,231800286}{0,012837224} = 18,05688$$

Así, la cantidad de pagos para la compra de la computadora a plazos se lleva a cabo aproximadamente en 18 cuotas mensuales.

Por medio del asistente de anualidades de la Herramienta v.3 :

**Figura N° 28: Cálculo del número de pagos de una anualidad anticipada.**

Fuente: Software Herramientas Financieras v.3, 2018.

**Ejemplo 5.15:** Joseph Emmanuel alquila un terreno para la siembra de caña, donde los pagos se ejecutarán de manera anticipada, se debe pagar la suma de B/ 400,00 mensuales, acumulando B/ 5 450,00. Si el terreno estuvo alquilado por un año, ¿Con cuál interés logró acumular dicha cantidad?

Solución: por medio de iteraciones se obtiene que el interés que generó los B/ 5 450,00 fue de 1,9%.

Por otro lado, el asistente nos brinda la posibilidad de reducir las iteraciones al solamente ingresar las tres variables conocidas, en este caso el número de períodos que es 12, el pago que es 400, y el valor futuro que es 5450, luego la tasa de interés es:

**Figura N° 29: Cálculo del interés de una anualidad anticipada.**

Variable	Valor
Tipo	Adelantada
Fórmula	Valor Futuro
Valor Futuro (S)	5450
Pago Periódico (R)	400
Tasa de Interés (i)	1,938614
Número de Períodos (n)	12

Los pagos o cobros, según sea el caso, se harán al vencimiento o al comienzo de cada período

Fuente: Software Herramientas Financieras v.3, 2018.

Los instrumentos siguientes fueron, de cierta manera, adaptados del autor Mgtr Josseth Ortega (2017) al diagnóstico de la Matemática Financiera respecto a las realidades laborales y sometido a la validación de expertos panameños: Magister José Antonio Camarena, Magister Abdiel Malek y el Magister Irvin Pinto.

Para determinar el estudio la Matemática Financiera en la Universidad Estatal, se aplicó un cuestionario a 6 docentes de dicha institución encargados en su momento de brindar el curso de Matemática Financiera, 15 estudiantes que actualmente cursan el tercer año de la licenciatura en contabilidad y 48 colaboradores de las entidades bancarias.

## **Anexo N° 2: Cuestionario a docentes sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática Financiera.**

### Cuestionario a Docentes

Respetado(a) docente, la información que usted nos ofrece en este momento será de uso exclusivo y confidencial para la realización de una investigación, razón por la cual se le solicita que usted sea lo más objetivo posible. Marque con equis (x) donde haga su elección.

Agradecemos de ante mano su gentil colaboración.

1. Cuál o cuáles de estas Licenciaturas usted ha impartido la asignatura Matemática Financiera.

- Administración de Empresas
- Contabilidad
- Administración Pública
- Economía
- Finanzas y Banca
- Informática Gestión Educativa y Empresarial
- Otra \_\_\_\_\_

Instrucciones: De la pregunta 2 a la 9 marque con una X la frecuencia de las siguientes afirmaciones, según la siguiente escala:

<b>Siempre</b>	<b>5</b>
<b>La mayoría de las veces</b>	<b>4</b>
<b>Algunas veces</b>	<b>3</b>
<b>Rara vez</b>	<b>2</b>
<b>Nunca</b>	<b>1</b>

Nº	Afirmación	1	2	3	4	5
2	La metodología en la enseñanza de la Matemática Financiera que ha utilizado ha dado excelentes resultados					
3	Únicamente utilizando lápiz y papel es la mejor forma de enseñar Matemática Financiera					
4	La enseñanza de la Matemática Financiera; que impulse el uso de instrumentos tecnológicos garantiza un aprendizaje significativo					
5	La formación de los economistas, contables, administradores y afines está basado en las realidades del mundo laboral.					
6	Serán los contenidos impartidos en Matemática Financiera los que los egresados requieran en su desempeño laboral.					
7	El currículo de Matemática Financiera requiere algún tipo de modificación o actualización.					
8	En su desempeño como docente hace uso de algún software o programa computarizado para enseñar los cálculos financieros					
9	Interés simple, Descuento Simple, Pagos Parciales, Valor Presente, Anualidades, Amortizaciones y Bonos; son contenidos que brinda usted en la enseñanza de la Matemática Financiera					

10. ¿Qué cambios sugiere en cuanto a la enseñanza de la Matemática Financiera?

---



---



---

### Anexo N° 3: Cuestionario a Colaboradores de las entidades bancarias.

#### Cuestionario a Colaboradores

Respetado colaborador(a), la información que usted nos ofrece en este momento será de uso exclusivo y confidencial para la realización de una investigación que concierne a mi tesis de grado, razón por la cual deseo que usted sea lo más objetivo posible. Marque con equis (x) donde haga su elección.

Agradecemos de ante mano su gentil colaboración.

1. Indique la Universidad y el año en que obtuvo su licenciatura:

- Universidad de Panamá, en el año: \_\_\_\_\_
- Universidad Latina de Panamá, en el año: \_\_\_\_\_
- USMA, en el año: \_\_\_\_\_
- UDELAS, en el año: \_\_\_\_\_
- Otra: \_\_\_\_\_ en el año: \_\_\_\_\_

2. De cuál de estas Licenciaturas usted es egresado

- Administración de Empresas
- Contabilidad
- Administración Pública
- Economía
- Finanzas y Banca
- Informática Gestión Educativa y Empresarial
- Otra \_\_\_\_\_

3. Cuáles de estos contenidos son utilizados en su desempeño profesional en la institución que actualmente labora

- Interés Simple
- Descuento Simple
- Pagos Parciales

- Interés Compuesto
- Valor Presente y Ecuaciones de Valor
- Anualidades
- Amortización
- Bonos
- Pagares

Instrucciones: De la pregunta 4 a la 12 marque con una X, la frecuencia de las siguientes afirmaciones, según la siguiente escala:

<b>Siempre</b>	<b>5</b>
<b>La mayoría de las veces</b>	<b>4</b>
<b>Algunas veces</b>	<b>3</b>
<b>Rara vez</b>	<b>2</b>
<b>Nunca</b>	<b>1</b>

<b>Nº</b>	<b>Afirmación</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
4	Los contenido antes planteados son pertinentes para el desarrollo de su labor profesional					
5	La metodología utilizada por el docente de Matemática Financiera era la adecuada para la enseñanza de los contenidos					
6	Únicamente utilizando lápiz y papel es la mejor forma de enseñar Matemática Financiera					
7	La enseñanza de la Matemática Financiera; que impulse el uso de instrumentos					

	tecnológicos garantiza un aprendizaje significativo					
8	La formación de su Licenciatura en cuanto a Matemática Financiera cumple con los estándares que se requieren para tu desempeño profesional.					
9	En el curso de Matemática Financiera el facilitador demostró o realizó la deducción de cada una de las fórmulas utilizadas					
10	El proceso de despejar una fórmula fue una tarea que diariamente se realizó en el aula de clase					
11	En su formación de Licenciado(a) tuvo acceso a algún tipo de software u ordenador para la aplicación de los contenidos de la Matemática financiera.					
12	En su desempeño profesional hace uso de algún software o programa computarizado para realizar los cálculos financieros					

13. ¿Qué cambios sugiere en cuanto a la enseñanza de la Matemática Financiera?

---



---



---

## Anexo N° 4: Cuestionario a estudiantes de la licenciatura en contabilidad.

### Cuestionario a Estudiantes

Respetado colaborador(a), la información que usted nos ofrece en este momento será de uso exclusivo y confidencial para la realización de una investigación que concierne a mi tesis de grado, razón por la cual deseo que usted sea lo más objetivo posible. Marque con equis (x) donde haga su elección.

Agradecemos de ante mano su gentil colaboración.

1. De cuál de estas Licenciaturas usted es estudiante

- Administración de Empresas
- Contabilidad
- Administración Pública
- Economía
- Finanzas y Banca
- Informática Gestión Educativa y Empresarial
- Otra \_\_\_\_\_

2. Cuáles de estos contenidos requieren de mayor atención en cuanto a su enseñanza

- Interés Simple
- Descuento Simple
- Pagos Parciales
- Interés Compuesto
- Valor Presente y Ecuaciones de Valor
- Anualidades
- Amortización
- Bonos
- Pagares

Instrucciones: De la pregunta 3 a la 14 marque con una X, la frecuencia de las siguientes afirmaciones, según la siguiente escala:

<b>Siempre</b>	<b>5</b>
<b>La mayoría de las veces</b>	<b>4</b>
<b>Algunas veces</b>	<b>3</b>
<b>Rara vez</b>	<b>2</b>
<b>Nunca</b>	<b>1</b>

<b>Nº</b>	<b>Afirmación</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
3	Sería importante presentar uno o varios de los contenidos antes planteados usando el razonamiento deductivo.					
4	La metodología utilizada por el docente de Matemática Financiera era la adecuada para la enseñanza de los contenidos					
5	Únicamente utilizando lápiz y papel es la mejor forma de enseñar Matemática Financiera					
6	La enseñanza de la Matemática Financiera; que impulse el uso de instrumentos tecnológicos garantiza un aprendizaje significativo					
7	En el curso de Matemática Financiera el facilitador demostró o realizó la deducción de cada una de las fórmulas utilizadas					

8	El proceso de despejar una fórmula fue una tarea que diariamente se realizó en el aula de clase					
9	En su formación de Licenciado(a) ha tenido acceso a algún tipo de software u ordenador para la aplicación de los contenidos de la Matemática financiera.					
10	Los profesores de Matemática desarrollaron a profundidad los conocimientos propios de la Matemática Financiera					
11	Los profesores de Matemática desarrollaron a profundidad los conocimientos propios de la Matemática Financiera					
12	Se necesitan cambios o actualizaciones en el currículo en cuanto a nuevos contenidos y metodologías de enseñanzas de la Matemática Financiera					

13. ¿Qué cambios sugiere en cuanto a la enseñanza de la Matemática Financiera?

---



---



---

**Anexo N° 5: Notas de revision de la Licenciada en Español.**



**UNIVERSIDAD ESPECIALIZADA DE LAS AMÉRICAS**

Evaluación para tesis

Panamá, 16 de octubre del 2018.

Señor(a)  
Director(A) de Postgrado y Maestría

Presente:

La suscrita certifica que él o la estudiante Josseth O. Ortega C., cédula: 9-724-1000, se le ha revisado la tesis titulada: Diagnóstico de la asignatura Matemática Financiera frente a la realidad laboral, una propuesta de enseñanza del concepto de anualidades.

Doy fe que el trabajo cumple con todas las exigencias de redacción y ortografía del idioma Español.

Atentamente,

---

Profesor(a) de Español  
Cédula: 9-729-2224  
Registro del Diploma N°:204545

**Adjunto: copia del Diploma**





**Anexo N° 6: Evaluación para la tesis de la Licenciada en Español.**



**Evaluación de la Profesora de Español**

Aspirante: Josseth Orlando Ortega Cáez

Cédula: 9-724-1000

Título de la tesis:

Diagnóstico de la asignatura Matemática Financiera frente a la realidad laboral, una propuesta de enseñanza del concepto de anualidades.

**APRECIACIÓN GENERAL DE LA TESIS**

	(Sí) 1	GRADOS INTERMEDIOS			(No) 5
	2	3	4		
Está bien citado y documentado	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**CLARIDAD**

La ortografía y la gramática son correctas	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

**OBSERVACIONES (Debe modificar)**

**Excelente redacción y muy Buena coherencia, cohesion y unidad de párrafos**

**EVALUACIÓN FINAL DE LA TESIS**

**NOMBRE Y FIRMA DEL EVALUADOR**

**FECHA DE LA EVALUACIÓN**

<b>X</b>	<b>Aceptable</b>		<b>No Aceptable</b>
<b>16 de octubre 2018</b>			

**Anexo N° 7: Nota de visto bueno de la asesora de contenido.**

## ÍNDICE DE CUADROS

<b>Cuadro N° 1:</b> Programa curricular de Matemática Financiera, según facultad y carrera.....	15
<b>Cuadro N° 2:</b> Cuadro resumen de los colaboradores encuestados de cada banco.....	34
<b>Cuadro N° 3:</b> Definición conceptual y operacional de las variables de la investigación.....	35

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla N° 1 :</b> Realidades del mundo laboral de Matemática Financiera.....	45
<b>Tabla N° 2 :</b> Actualización del currículo de Matemática Financiera. ....	47
<b>Tabla N° 3:</b> Licenciaturas de egreso de la universidad estatal, Veraguas 2018.....	48
<b>Tabla N° 4:</b> Contenidos impartidos en Matemática Financiera según los docentes.....	50
<b>Tabla N° 5:</b> Contenidos utilizados en el desempeño profesional en la institución.....	51
<b>Tabla N° 6:</b> La metodología utilizada por el docente de Matemática Financiera.....	55
<b>Tabla N° 7:</b> Uso de instrumentos tecnológicos. ....	59
<b>Tabla N° 8:</b> Deducción de fórmulas. ....	61
<b>Tabla N° 9:</b> Cambios en la enseñanza de la Matemática Financiera.....	63
<b>Tabla N° 10:</b> Exigencias básicas para la instalación del software.....	118

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura N° 1:</b> Diagrama de flujo del marco metodológico. ....	42
<b>Figura N° 2:</b> Blog de anualidades, 2018. ....	76
<b>Figura N° 3:</b> Organización de la propuesta. ....	79
<b>Figura N° 4:</b> Dependiendo de cómo es la tasa de interés. ....	81
<b>Figura N° 5:</b> Dependiendo del tiempo. ....	81
<b>Figura N° 6:</b> De acuerdo a la forma de pago. ....	82
<b>Figura N° 7:</b> De acuerdo al momento en que se inicia. ....	82
<b>Figura N° 8:</b> Anualidades vencidas a través del valor actual. ....	83
<b>Figura N° 9:</b> Anualidad vencida con $n$ periodos a través del valor actual. ....	85
<b>Figura N° 10:</b> Cálculo de pagos al final de cada mes. ....	91
<b>Figura N° 11:</b> Anualidad vencida con $n$ periodos a través del valor futuro. ....	93
<b>Figura N° 12:</b> Resumen de anualidad vencida y anticipada. ....	98
<b>Figura N° 13:</b> Cálculo de cuotas. ....	99
<b>Figura N° 14:</b> Anualidad anticipada con $n$ periodos por medio del valor actual. ....	101
<b>Figura N° 15:</b> Anualidad anticipada con $n - 1$ períodos por medio del valor actual. ....	102
<b>Figura N° 16:</b> Anualidad anticipada con $n$ periodos por medio del valor futuro. ....	107
<b>Figura N° 17:</b> Valor futuro de inmueble arrendado. ....	108

<b>Figura N° 18:</b> Anualidad anticipada, considerando un período más. ....	109
<b>Figura N° 19:</b> Anualidad diferida. ....	112
<b>Figura N° 20:</b> Cálculo del valor actual. ....	115
<b>Figura N° 21:</b> Funcionalidad de Herramientas Financieras v.3. ....	119
<b>Figura N° 22:</b> Calculadora de anualidades vencidas. ....	120
<b>Figura N° 23:</b> Calculadora de tasas equivalentes. ....	121
<b>Figura N° 24:</b> Cálculo del valor futuro por medio de Herramientas Financieras v.3. ....	122
<b>Figura N° 25:</b> Cálculo del valor actual por medio de Herramientas Financieras v.3. ....	123
<b>Figura N° 26:</b> Calculadora de anualidades anticipadas. ....	124
<b>Figura N° 27:</b> Cálculo del pago periódico de una anualidad anticipada. ....	125
<b>Figura N° 28:</b> Cálculo del número de pagos de una anualidad anticipada. ....	129
<b>Figura N° 29:</b> Cálculo del interés de una anualidad anticipada. ....	127

## ÍNDICE DE GRÁFICAS

<b>Gráfica N° 1:</b> Estándares para el desempeño profesional, Veraguas 2018.....	46
<b>Gráfica N° 2:</b> Licenciaturas ofertadas en la universidad estatal. Veraguas, 2018.....	48
<b>Gráfica N° 3:</b> Pertinencia de los contenidos para la labor profesional.....	52
<b>Gráfica N° 4:</b> Contenidos que requieren mayor atención.....	54
<b>Gráfica N° 5:</b> Metodología del docente de Matemática Financiera.....	56
<b>Gráfica N° 6:</b> Lápiz y papel en la enseñanza de la Matemática Financiera.....	61
<b>Gráfica N° 7:</b> Lápiz y Papel.....	58
<b>Gráfica N° 8:</b> Software para cálculos financieros.....	60
<b>Gráfica N° 9:</b> Acceso a algún software en la licenciatura.....	62
<b>Gráfica N° 10:</b> Cambios en la enseñanza de la Matemática Financiera.....	64
<b>Gráfica N° 11:</b> Aproximación de $i$ por medio del valor actual de una anualidad vencida.....	87
<b>Gráfica N° 12:</b> Proporción de triángulos para aproximar el valor de $i$ , por medio del valor actual de una anualidad vencida.....	88
<b>Gráfica N° 13:</b> Aproximación del valor de $i$ por medio del valor futuro.....	95
<b>Gráfica N° 14:</b> Proporción de triángulos para aproximar el valor de $i$ , por medio del valor futuro de una anualidad vencida.....	96